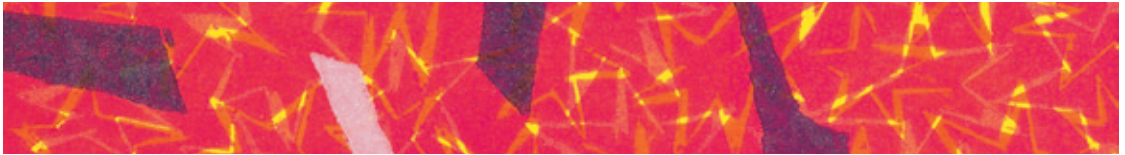
고 등 학 교

수학의 활용

이강섭 | 왕규채 | 송교식 | 양인웅

(주)지학사

들 어 가 는 말

수학은 실생활 문제의 탐구에서 비롯되어 점차 이론적 체계를 갖추어 왔으며, 21세기 지식 기반의 정보화 사회에서는 그 중요성이 더욱 부각되고 있습니다. 수학은 자연법칙의 보금자리이며, 순수한 논리이자 창의적인 예술입니다. 이러한 수학의 특성을 바탕으로 학생들은 다음과 같은 목표를 염두에 두고 공부하기 바랍니다.

첫째, 수학은 일상생활을 비롯하여 다른 여러 교과 공부의 기초가 되므로 그 유용성이 매우 높습니다. 따라서 학습자는 수학 학습을 통하여 타 교과의 이해에 필요한 지식 · 기능과 앞으로 선택할 직장이나 전문 분야에서 쓰이는 지식 · 기능을 습득하고, 일상생활에서 직면하는 여러 가지 문제를 해결하는 능력을 길러야 합니다.

둘째, 수학의 학습은 탐구하고 추상화하는 활동이 중심이 됩니다. 따라서 학습자는 수학적 활동이나 조작을 통하여 수학의 추상화된 개념을 형성하고 일반적 원리를 이해하며, 자연 현상의 일반적인 원리를 도출하는 능력을 길러야 합니다.

셋째, 수학은 개념이나 원리를 함축성이 큰 기호로 나타낸 일종의 언어입니다. 따라서 학습자는 수학 기호와 개념의 관계에 대한 이해력을 높이고, 그림 그리기, 표 만들기, 기호화하기 등 다양한 수학적 표현 능력과 의사소통 능력을 길러야 합니다.

넷째, 수학은 논리성과 체계성에 있어서 뛰어난 장점을 가지고 있습니다. 따라서 학습자는 자연 현상 및 사회 현상의 규칙성을 찾을 수 있어야 하며, 가설 설정을 위한 귀납적 추론 능력과 타당한 논증을 위한 연역적 추론 능력을 증진하는 등 합리적인 논리 전개 능력을 길러야 합니다.

다섯째, 수학을 탐구하는 사람들은 그 아름다움의 본질에 매료되는 경험을 합니다. 예를 들어 건축물이나 생활용품 등에서 심미성을 추구하기 위한 황금비의 구현이나 정다면체를 포함한 매력적인 기하학적 도형에 대한 탐구 등이 그것입니다. 따라서 학습자는 이미 배운 여러 가지 정보를 새로운 문제 상황에 적용하여 해결함으로써 수학의 가치와 소중함을 인식하고, 수학적 아름다움을 느낄 수 있어야 합니다.

결론적으로, 이 교과서를 이용하여 공부하는 모든 학생들이 이와 같은 목표를 달성함으로써 보다 합리적이고 행복한 문화생활을 누리기 바랍니다.

지은이 씀

차 례 CONTENTS

I 명제와 논리

II 지수와 로그

III 수열

Ⅳ 확률과 통계

Ⅴ 도형과 그래프

부록*

이 책의 구성

이 책은 2007년 개정 교육과정의 정신을 반영하여 수학적 지식과 기능을 습득할 수 있도록 하였다. 이를 바탕으로 여러 가지 문제를 논리적으로 사고하고 수학적으로 고찰하여 합리적으로 해결하는 능력을 키우며, 수학에 대한 긍정적인 태도를 갖도록 구성하였다.

특히, 익힘책과의 연계를 긴밀히 하여 학교 교육 체계에 적합하도록 하였으며, 학습자의 사고력, 탐구력, 창의력, 의사소통 능력을 기를 수 있도록 쉽고 재미있게 구성하였다.

대단원
- 동기 유발 읽을 거리
- 선수 학습 진단 평가

중단원
- 학습 목표

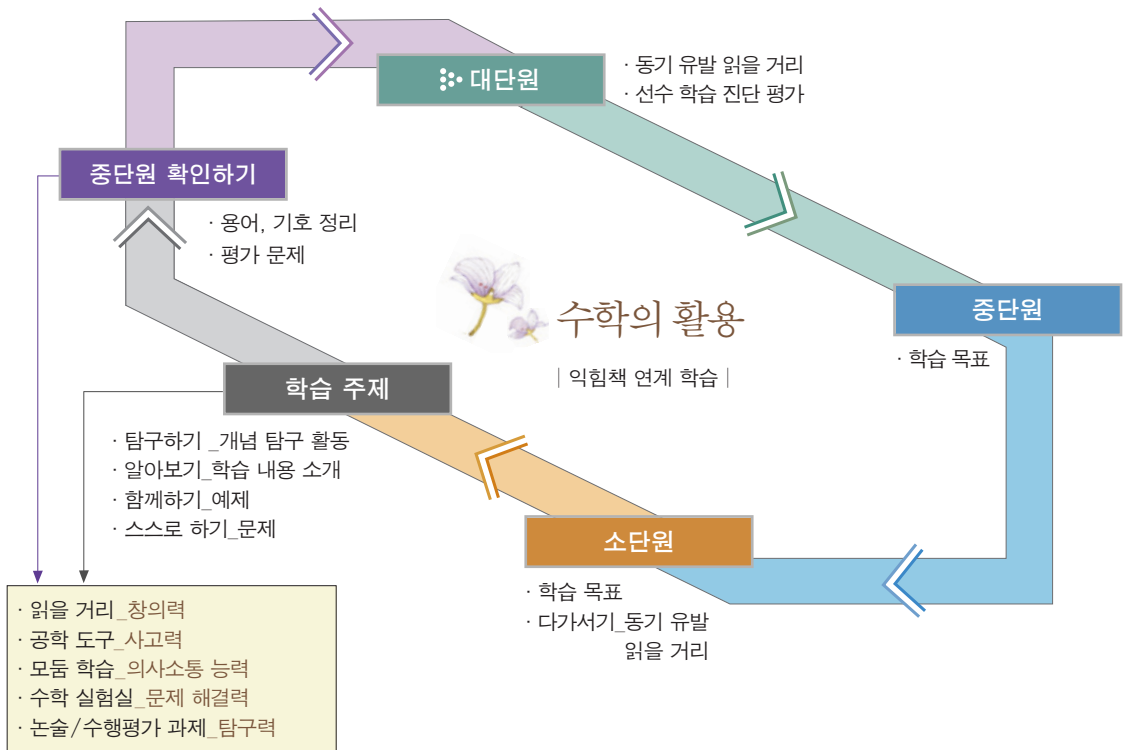
소단원
- 학습 목표
- 다가서기_동기 유발 읽을 거리

학습 주제
- 탐구하기 _개념 탐구 활동
- 알아보기_학습 내용 소개
- 함께하기_예제
- 스스로 하기_문제

중단원 확인하기
- 용어, 기호 정리
- 평가 문제

수학의 활용

| 익힘책 연계 학습 |

- 읽을 거리_창의력
- 공학 도구_사고력
- 모둠 학습_의사소통 능력
- 수학 실험실_문제 해결력
- 논술/수행평가 과제_탐구력

| 단원 도입 및 동기 유발 |

단원을 시작하기 전에

본 단원의 학습 주제와 연계되는 학습 내용을 확인하고 평가할 수 있도록 하였다.

다가서기

소단원 학습에 필요한 개념을 사진, 만화, 읽기 자료 등으로 표현하였다.

탐구하기

소주제 학습의 실마리가 되는 내용을 실생활 또는 선수 학습에서 찾아보았다.

| 내용 전개 |

알아보기_본 단원의 학습 주제와 연계되는 학습 내용을 확인하고 평가할 수 있도록 하였다.

함께하기_대표적인 문제를 해결하여 학습 내용을 정리하고 풀이 방법을 익히도록 하였다.

스스로 하기_스스로 문제를 해결하고 학습 내용을 점검할 수 있도록 하였다.

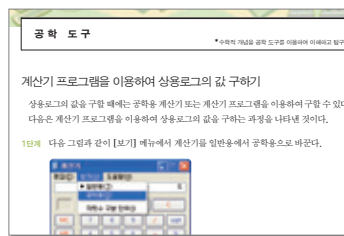
더 많은 문제를 풀어 보며 학습 내용을 확인할 수 있도록 익힘책과 연계하였다.

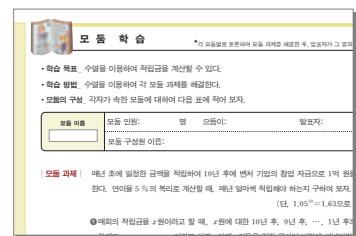
| 수학적 가치 함양 |

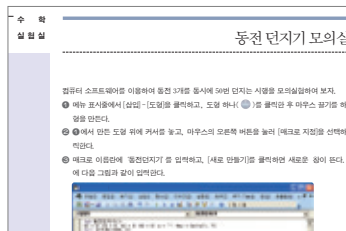
읽을 거리

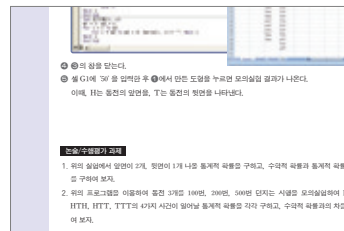
단원과 관련된 상식을 소개하여 수학 학습의 흥미를 높일 수 있도록 하였다.

공학 도구

계산기, 컴퓨터 프로그램 및 인터넷을 활용하여 수학적 사고력 향상에 도움이 되도록 하였다.

모둠 학습

주어진 주제에 대한 모둠 학습을 통하여 의사소통 능력을 향상시키고, 협동심을 기를 수 있도록 하였다.

수학 실험실

실생활에서 찾을 수 있는 다양한 소재로 문제 해결력을 기를 수 있도록 하였다.

논술/수행평가 과제

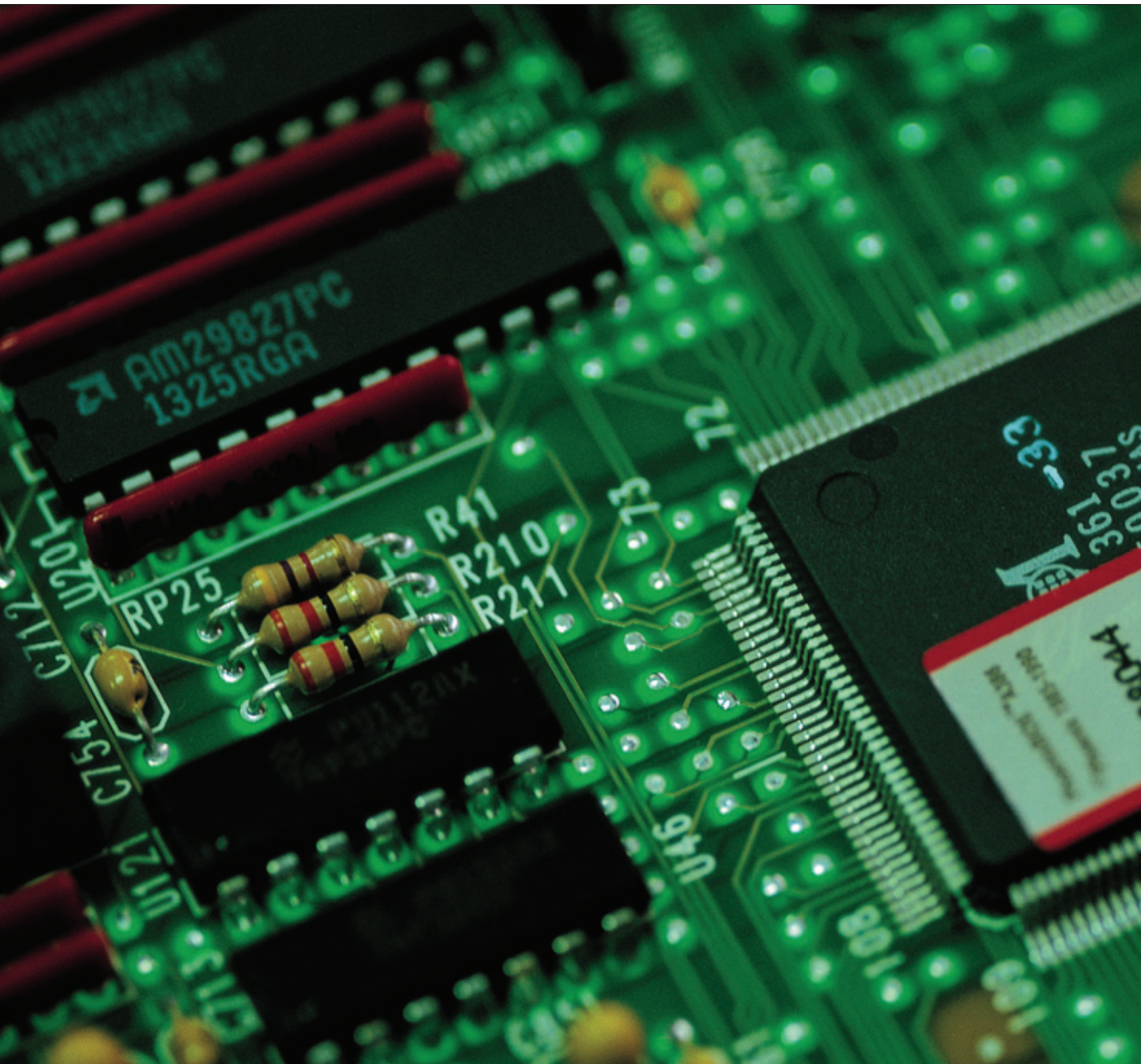
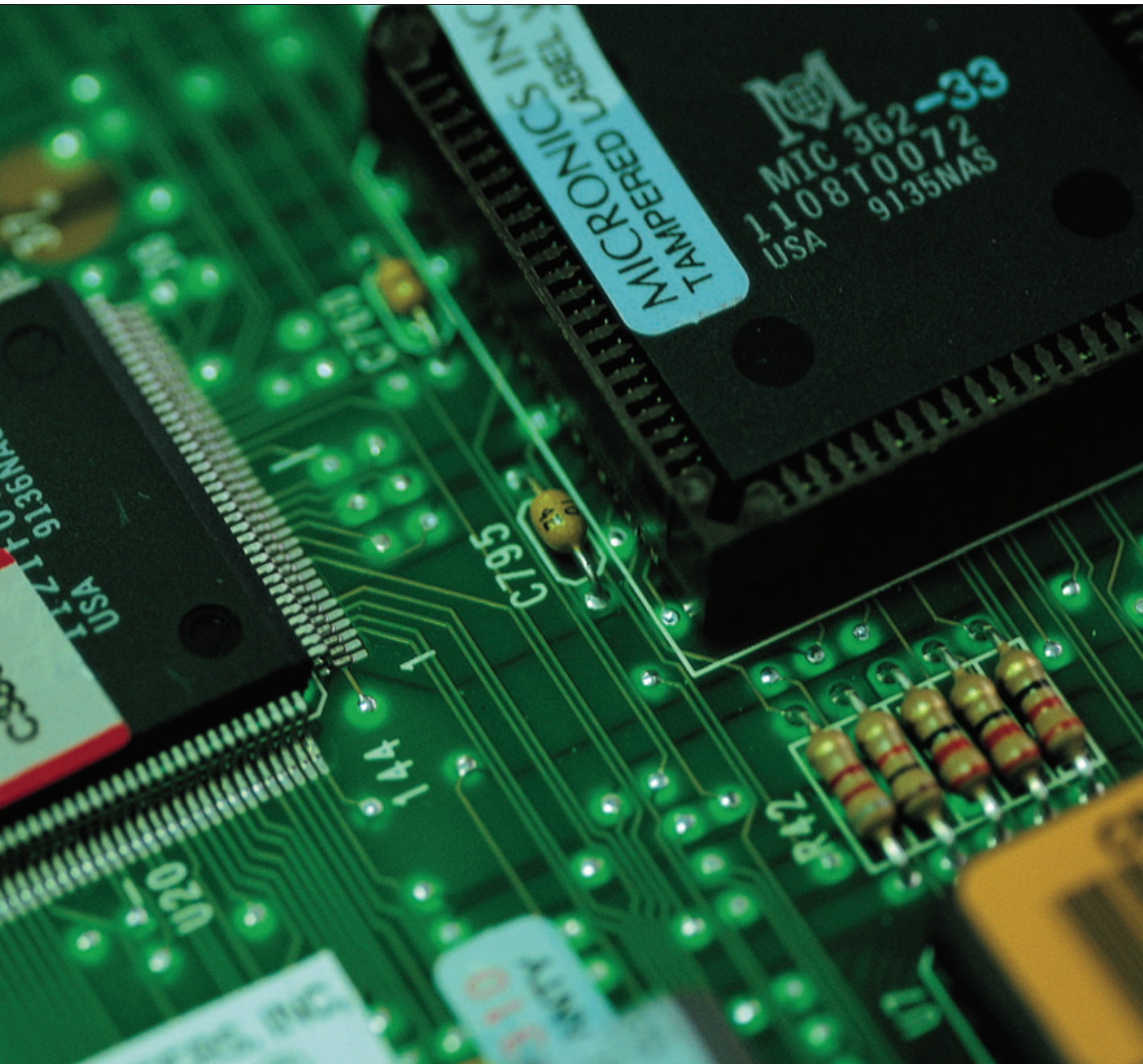
학습 내용의 이해를 바탕으로 조사, 분석, 관찰, 발표 등의 활동을 통하여 탐구력을 기를 수 있도록 하였다.

| 학습 평가 |

중단원 확인하기

중단원에서 새로 나온 용어, 기호를 정리하고, 종합적인 사고 능력을 평가할 수 있도록 하였다.

 계산기를 활용할 수 있는 문제이다.

 컴퓨터를 활용할 수 있는 문제이다.

I 명제와 논리

컴퓨터의 중앙 처리 장치와 기억 장치는 게이트라는 기본적인 논리 회로로 구성되어 있다. 이것을 이용하여 컴퓨터는 사칙 연산과 논리 연산을 하고, 자료를 저장한다. 컴퓨터의 기본인 논리 회로는 수학의 합성명제인 논리합, 논리곱, 논리 부정을 바탕으로 한 것이다.

단원을 시작하기 전에 …

명제의 참과 거짓

1 다음 중 명제인 것을 모두 찾고, 그것의 참, 거짓을 판별하여라.

(1) $x \leq 3$

(2) $x+3=2$이면 $x=-2$이다.

(3) 내일까지 과제를 제출하시오.

(4) 모든 정삼각형은 이등변삼각형이다.

명제의 부정

2 다음 명제의 부정을 말하고, 부정인 명제의 참, 거짓을 말하여라.

(1) 사자는 식물이 아니다.

(2) 모든 평행사변형은 직사각형이다.

명제의 역, 이, 대우

3 다음 명제의 역, 이, 대우를 각각 말하여라.

(1) $x^2=1$이면 $x=1$이다.

(2) n이 짝수이면 n^2도 짝수이다.

필요조건과 충분조건

4 다음에서 조건 p는 조건 q이기 위한 어떤 조건인지 말하여라.

(1) p: 찬호는 서울에 산다.
　q: 찬호는 대한민국에 산다.

(2) p: 사각형 ABCD는 마름모이다.
　q: 사각형 ABCD는 정사각형이다.

(3) p: 삼각형 ABC는 이등변삼각형이다.
　q: 삼각형 ABC는 두 각의 크기가 같다.

1

합성명제와 논리 회로

이 단원을 배우면

- 명제와 논리 연산을 사용하여 합성명제를 만들 수 있다.
- 실생활의 사례를 통해 합성명제의 참과 거짓을 판별할 수 있다.
- 합성명제의 진릿값을 진리표를 통해 구할 수 있다.
- 조건문과 쌍조건문의 참과 거짓을 판별할 수 있고, 이를 논리 연산으로 나타낼 수 있다.
- 논리 회로의 뜻을 알고, 논리 연산과 기호를 논리 회로에 활용할 수 있다.

1 합성명제
2 쌍조건문
3 논리 회로

1 합성명제

학습 목표

- 진릿값의 뜻을 안다.
- 논리곱, 논리합, 부정의 뜻과 그것의 진릿값을 알고, 진리표를 만들 수 있다.

다 가 서 기 / **수학 경시대회의 순위**

위에서 성춘향의 등수는 발표되지 않았지만 홍길동과 심청이의 등수가 발표되었으므로 성춘향의 등수를 알 수 있다.

또 시험 응시자 중에서 합격자를 발표하면 불합격자는 발표하지 않아도 자연히 알 수 있다.

이와 같이 정보의 일부를 가지고 전체를 알 수 있는 경우가 있다.

01 진릿값

탐 구 하 기 / 명제의 참과 거짓

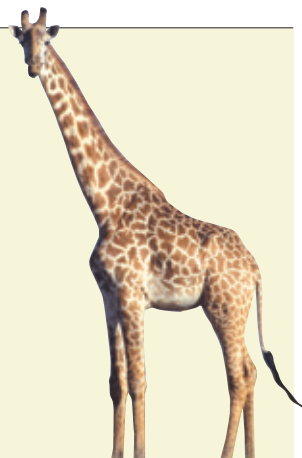
다음 명제의 참, 거짓을 판별하여 보자.

1. 박쥐는 어류이다.
2. 모든 사람은 죽는다.
3. 기린은 초식 동물이다.
4. 고구려의 첫 임금은 동명 성왕이다.

알 아 보 기 / 진릿값에 대하여 알아보자.

명제 '6은 18의 약수이다.'는 참인 명제이다.

한편 명제 '새는 포유류이다.'는 거짓인 명제이다.

이와 같이 모든 명제는 참과 거짓을 판별할 수 있다. 이때, 명제의 참 또는 거짓을 그 명제의 **진릿값**이라 하고, 진릿값이 참일 때에는 기호로 T, 거짓일 때에는 기호로 F와 같이 나타낸다.

T는 영어의 True, F는 영어의 False에서 첫 글자를 따온 것이다.

| 보기 | (1) 명제 '서울은 대한민국의 수도이다.'의 진릿값은 참(T)이다.

(2) 명제 '지구는 태양과 가장 가까운 행성이다.'의 진릿값은 거짓(F)이다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 13쪽 | 익힘책 14쪽 | 익힘책 15쪽

1 다음 명제의 진릿값을 구하여라.

(1) 2는 짝수이다.

(2) 호랑이는 초식 동물이다.

(3) 모든 삼각형은 서로 합동이다.

(4) 백두산 정상에 있는 호수의 이름은 천지이다.

02 논리곱

알 아 보 기 / 논리곱의 뜻, 진릿값과 진리표에 대하여 알아보자.

명제 '사슴은 동물이고, 은행나무는 식물이다.' 는 두 명제 '사슴은 동물이다.' 와 '은행나무는 식물이다.' 가 연결되어 있다. 이와 같이 두 개 이상의 명제가 연결된 명제를 합성명제라고 한다.

'의회는 입법부이고, 법원은 사법부이다.' 와 같이 두 개 이상의 명제를 '그리고' 로 연결한 합성명제를 그 명제들의 **논리곱**이라고 한다. 또 두 명제 p와 q의 논리곱 'p 그리고 q' 를 기호로

'그리고' 와 '~이고' 는 같은 뜻이다.

$$\boldsymbol{p \wedge q}$$

와 같이 나타낸다.

| **보기** | (1) p: 대전은 광역시이다. q: 제주는 특별자치도이다.
에서 두 명제 p와 q의 논리곱 $p \wedge q$는
$p \wedge q$: 대전은 광역시이고, 제주는 특별자치도이다.
이때, 두 명제 p와 q는 각각 참이고, 논리곱 $p \wedge q$도 참이다.

(2) p: 비둘기는 조류이다. q: 돌고래는 어류이다.
에서 두 명제 p와 q의 논리곱 $p \wedge q$는
$p \wedge q$: 비둘기는 조류이고, 돌고래는 어류이다.
이때, 명제 p는 참이고, 명제 q는 거짓이며, 논리곱 $p \wedge q$는 거짓이다.

(3) p: 한라산은 울릉도에 있다. q: 지리산은 제주도에 있다.
에서 두 명제 p와 q의 논리곱 $p \wedge q$는
$p \wedge q$: 한라산은 울릉도에 있고, 지리산은 제주도에 있다.
이때, 두 명제 p와 q는 각각 거짓이고, 논리곱 $p \wedge q$도 거짓이다.

일반적으로 논리곱의 진릿값은 다음과 같이 정한다.

논리곱의 진릿값

두 명제 p와 q에 대하여 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값은 p와 q의 진릿값이 모두 참일 때만 참이고, 그 밖의 경우에는 모두 거짓이다.

한 명제의 진릿값은 참 또는 거짓 중 어느 하나이다. 그런데 두 명제 p와 q에 대하여 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값은 p와 q의 진릿값이 각각 참인지 거짓인지에 따라 결정된다.

즉, 두 명제 p와 q의 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값을 표로 나타내면 오른쪽과 같다.

이와 같이 어떤 명제의 진릿값을 표로 나타낸 것을 **진리표**라고 한다.

논리곱의 진리표

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

| 보기 | (1) 명제 'p: 2는 10의 배수이다.' 의 진릿값은 거짓(F)이고,
명제 'q: 5는 20의 약수이다.' 의 진릿값은 참(T)이다.
따라서 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값은 오른쪽 표에서 거짓(F)이다.
즉, '2는 10의 배수이고, 5는 20의 약수이다.' 의 진릿값은 거짓(F)이다.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

(2) 명제 'p: 은행은 금융 기관이다.' 의 진릿값은 참(T)이고,
명제 'q: 학교는 교육 기관이다.' 의 진릿값도 참(T)이다.
따라서 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값은 오른쪽 표에서 참(T)이다.
즉, '은행은 금융 기관이고, 학교는 교육 기관이다.' 의 진릿값은 참(T)이다.

p	q	$p \wedge q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	F

스 스 로 하 기 /

익힘책 13쪽 | 익힘책 14쪽 | 익힘책 15쪽

독도

1 다음 두 명제의 논리곱을 말하고, 그것의 진릿값을 구하여라.

(1) p: 사슴은 동물이다. q: 장미는 식물이다.

(2) p: 독도는 동해에 있다. q: 백령도는 서해에 있다.

(3) p: 0은 정수가 아니다. q: 2는 소수이다.

03 논리합

탐 구 하 기 / 문장 바꾸기

'지구의 공전 궤도는 원이다. 또는 지구의 공전 궤도는 타원이다.'는 '지구의 공전 궤도는 원이거나 타원이다.'와 같이 한 문장으로 표현하면 간편하다. 다음 문장을 한 문장으로 표현하여 보자.

달은 낮에 볼 수 있다. 또는 달은 밤에 볼 수 있다.

알 아 보 기 / 논리합의 뜻, 진릿값과 진리표에 대하여 알아보자.

'또는'과 '~이거나'는 같은 뜻이다.

'충무공 이순신은 조선 시대의 장군이거나 고려 시대의 장군이다.'와 같이 두 개 이상의 명제를 '또는'으로 연결한 합성명제를 그 명제들의 **논리합**이라고 한다. 또 두 명제 p와 q의 논리합 'p 또는 q'를 기호로

$$p \vee q$$

와 같이 나타낸다.

| 보기 | (1) p: 일본은 섬나라이다. q: 중국은 대륙에 있는 나라이다.
에서 두 명제 p와 q의 논리합 $p \vee q$는
$p \vee q$: 일본은 섬나라이거나, 중국은 대륙에 있는 나라이다.
이때, 두 명제 p와 q는 각각 참이고, 논리합 $p \vee q$도 참이다.

(2) p: 성조기는 미국의 국기이다. q: 성조기는 영국의 국기이다.
에서 두 명제 p와 q의 논리합 $p \vee q$는
$p \vee q$: 성조기는 미국의 국기이거나 영국의 국기이다.
이때, 명제 p는 참이고, 명제 q는 거짓이며, 논리합 $p \vee q$는 참이다.

(3) p: 고모는 어머니와 자매 사이이다.
q: 이모는 아버지와 오누이 사이이다.
에서 두 명제 p와 q의 논리합 $p \vee q$는
$p \vee q$: 고모는 어머니와 자매 사이이거나, 이모는 아버지와 오누이 사이이다.
이때, 두 명제 p와 q는 각각 거짓이고, 논리합 $p \vee q$도 거짓이다.

일반적으로 논리합의 진릿값은 다음과 같이 정한다.

논리합의 진릿값

두 명제 p와 q에 대하여 논리합 $p \vee q$의 진릿값은 p와 q의 진릿값이 모두 거짓일 때만 거짓이고, 그 밖의 경우에는 모두 참이다.

논리곱과 마찬가지로, 두 명제 p와 q에 대하여 논리합 $p \vee q$의 진릿값은 p와 q의 진릿값이 각각 참인지 거짓인지에 따라 정해진다.

즉, 두 명제 p와 q의 논리합 $p \vee q$의 진릿값을 표로 나타내면 오른쪽과 같다.

논리합의 진리표

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

| 보기 | (1) 명제 'p: 114는 4의 배수이다.' 의 진릿값은 거짓(F)이고,
명제 'q: 115는 3의 배수이다.' 의 진릿값도 거짓(F)이다.
따라서 논리합 $p \vee q$의 진릿값은 오른쪽 표에서 거짓(F)이다. 즉, '114는 4의 배수이거나 115는 3의 배수이다.' 의 진릿값은 거짓(F)이다.

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

(2) 명제 'p: 개나리는 식물이다.' 의 진릿값은 참(T)이고,
명제 'q: 개나리는 동물이다.' 의 진릿값은 거짓(F)이다.
따라서 논리합 $p \vee q$의 진릿값은 오른쪽 표에서 참(T)이다. 즉, '개나리는 식물이거나 동물이다.' 의 진릿값은 참(T)이다.

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

스 스 로 하 기 /

 익힘책 13쪽 | 익힘책 14쪽 | 익힘책 15쪽

1 다음 두 명제의 논리합을 말하고, 그것의 진릿값을 구하여라.

(1) p: 당근은 채소이다. q: 사과는 과일이다.

(2) p: 개구리는 포유류이다. q: 뱀은 파충류이다.

04 명제의 부정과 진릿값의 관계

탐 구 하 기 / 부정의 부정

어떤 학생이 "너 숙제 안 했지?"라는 친구의 물음에 "아니."라고 대답했다. 이 학생이 숙제를 했는지, 안 했는지를 말하고, 그 이유를 설명하여 보자.

알 아 보 기 / 명제의 부정과 진릿값의 관계를 알아보자.

진릿값이 참(T)인 명제 '포도는 과일이다.'를 부정하면 '포도는 과일이 아니다.'이고 그 진릿값은 거짓(F)이다.

이와 같이 어떤 명제를 부정하면 그 진릿값은 참과 거짓이 서로 바뀌게 된다.

일반적으로 명제의 부정의 진릿값은 다음과 같이 정한다.

명제의 부정과 진릿값

명제 p의 진릿값이 참이면 이 명제를 부정한 명제의 진릿값은 거짓이다. 그리고 명제 p의 진릿값이 거짓이면 이 명제를 부정한 명제의 진릿값은 참이다.

$\sim p$를 'p의 부정' 또는 'not p'라고 읽는다.

명제 p의 부정 $\sim p$의 진릿값을 표로 나타내면 오른쪽과 같다.

부정의 진리표

p	$\sim p$
T	F
F	T

한편 부정이 포함된 합성명제와 같이 복잡한 경우의 진리표는 합성명제를 구성하는 명제들 각각의 진릿값에 대하여 단계별로 진릿값을 구하면 편리하다.

예를 들어 두 명제 p와 q의 논리곱 $p \wedge q$의 부정 $\sim(p \wedge q)$의 진리표는 다음 순서에 따라 만들면 편리하다.

1단계 명제 $p \wedge q$의 진리표를 만든다.

2단계 $\sim(p \wedge q)$의 진리표, 즉 $p \wedge q$의 부정의 진리표를 만든다.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

함께 하기 /

익힘책 13쪽 | 익힘책 14쪽 | 익힘책 15쪽

1 다음 명제의 진리표를 만들어라.

(1) $\sim(\sim p)$ (2) $\sim p \vee \sim q$

풀이

(1) 먼저 $\sim p$의 진릿값을 구하고, $\sim(\sim p)$의 진릿값을 구한다.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	T
F	T	F

(2) 먼저 $\sim p$, $\sim q$의 진릿값을 구하고, $\sim p \vee \sim q$의 진릿값을 구한다.

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

스스로 하기 /

익힘책 13쪽 | 익힘책 14쪽 | 익힘책 15쪽

1 다음 명제의 부정을 말하고, 그것의 진릿값을 구하여라.

(1) $7 \times 8 = 56$

(2) 해는 동쪽에서 뜬다.

(3) 외삼촌과 아버지는 형제이다.

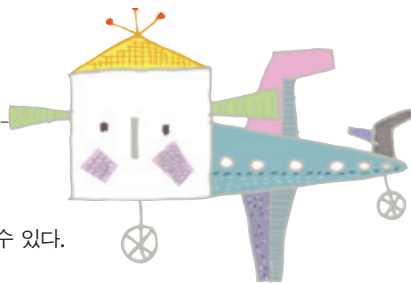
(4) 마라톤은 올림픽 종목이 아니다.

2 오른쪽 표는 합성명제 $\sim p \vee q$의 진릿값을 구하는 진리표이다. 빈칸에 알맞은 진릿값을 써넣어라.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

2 쌍조건문

학습 목표

- 동치명제의 뜻을 안다.
- 조건문과 쌍조건문의 뜻을 알고, 그것의 진릿값을 구할 수 있다.

다 가 서 기 / **행운권 추첨**

하영이가 말한 '운이 좋으면 당첨된다.'는 말과 '당첨된 걸 보니 운이 좋다.'는 말을 연결하면 '운이 좋으면 당첨되고, 당첨되면 운이 좋다.'가 된다.

이와 같이 A이면 B이고 B이면 A인 관계를 일상생활에서 찾을 수 있다. 이 단원에서는 이러한 명제에 대하여 알아보자.

01 동치명제

탐 구 하 기 / 합성명제의 진릿값

다음 합성명제의 진릿값을 구하여 보자.

1. $\sim(p \vee q)$

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
T	T		
T	F		
F	T		
F	F		

2. $\sim p \wedge \sim q$

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T			
T	F			
F	T			
F	F			

알 아 보 기 / 동치명제에 대하여 알아보자.

p	$\sim p$	$\sim(\sim p)$
T	F	T
F	T	F

오른쪽 진리표에서 명제 p와 $\sim(\sim p)$의 진릿값은 항상 서로 같다.

이와 같이 모든 경우에 대하여 두 명제의 진릿값이 항상 같을 때, 두 명제는 서로 **동치명제**라고 한다.

| 보기 | 합성명제 $\sim(p \wedge q)$와 $\sim p \vee \sim q$의 진리표는 각각 다음과 같다.

p	q	$p \wedge q$	$\sim(p \wedge q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	F	T

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \vee \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	T
F	T	T	F	T
F	F	T	T	T

모든 경우에 대하여 두 합성명제의 진릿값이 같으므로 $\sim(p \wedge q)$와 $\sim p \vee \sim q$는 서로 동치명제이다.

진리표를 이용하면 주어진 두 명제가 동치명제임을 쉽게 보일 수 있어요.

스 스 로 하 기 /

 익힘책 17쪽 | 익힘책 18쪽 | 익힘책 20쪽

1 진리표를 이용하여 다음 두 합성명제가 서로 동치명제임을 보여라.

(1) $\sim(p \vee \sim q)$, $\sim p \wedge q$ (2) $\sim(\sim p \wedge q)$, $p \vee \sim q$

02 조건문

알 아 보 기 / 조건문의 진릿값을 알아보자.

'x는 4의 약수이다.' 와 같이 미지수 x의 값에 따라 참과 거짓이 결정되는 문장이나 식을 조건이라고 한다.

두 명제 p와 q가 'p이면 q이다.' 와 같이 연결된 합성명제를 조건문이라 하고, 기호로 $p \longrightarrow q$와 같이 나타낸다.

일반적으로 조건문의 진릿값은 다음과 같이 정한다.

조건과 조건문은 서로 다르다.

조건문의 진릿값과 진리표

두 명제 p와 q에 대하여 $p \longrightarrow q$의 진릿값은 p의 진릿값이 참이고 q의 진릿값이 거짓일 때에만 거짓이고, 그 밖의 경우는 모두 참이다. 이때, 조건문 $p \longrightarrow q$의 진리표는 오른쪽과 같다.

p	q	$p \longrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

한편 합성명제 $\sim p \vee q$의 진리표는 오른쪽 표와 같으므로 조건문 $p \longrightarrow q$와 합성명제 $\sim p \vee q$는 서로 동치명제이다.

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

| 보기 | 명제 'p: 토마토는 과일이다.' 의 진릿값은 거짓(F)이고, 명제 'q: 수박은 과일이다.' 의 진릿값도 거짓(F)이다. 따라서 조건문 $p \longrightarrow q$의 진릿값은 오른쪽 표에서 참(T)이다.

p	q	$p \longrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	T
F	F	T

스 스 로 하 기 /

익힘책 17쪽 | 익힘책 18쪽 | 익힘책 20쪽

1 다음 두 명제 p와 q에 대하여 조건문 $p \longrightarrow q$를 말하고, 그것의 진릿값을 구하여라.

(1) p: 한강은 동해로 흐른다. q: 낙동강은 남해로 흐른다.

(2) p: 남극에는 육지가 있다. q: 북극에는 육지가 있다.

03 쌍조건문

알 아 보 기 / 쌍조건문에 대하여 알아보자.

두 명제 p와 q가 'p이면 q이고, q이면 p이다.' 와 같이 연결된 합성명제를 **쌍조건문**이라 하고, 기호로

$$p \longleftrightarrow q$$

와 같이 나타낸다. 한편 쌍조건문의 정의에 의하여 $p \longleftrightarrow q$는 $(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow p)$와 서로 동치명제이다.

두 명제 p, q의 쌍조건문은 조건문 $p \longrightarrow q$와 $q \longrightarrow p$가 '그리고' 로 연결되어 있으므로 $(p \longrightarrow q) \wedge (q \longrightarrow p)$이다.

일반적으로 쌍조건문의 진릿값은 다음과 같이 정한다.

쌍조건문의 진릿값과 진리표

두 명제 p와 q에 대하여 $p \longleftrightarrow q$의 진릿값은 p와 q가 모두 참이거나 모두 거짓일 때만 참이고, 그 밖의 경우는 거짓이다.
이때, 쌍조건문 $p \longleftrightarrow q$의 진리표는 오른쪽과 같다.

p	q	$p \longleftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

| 보기 | 명제 'p: 합동인 두 삼각형은 모두 정삼각형이다.' 의 진릿값은 거짓(F)이고,
명제 'q: 합동인 두 삼각형의 넓이는 같다.' 의 진릿값은 참(T)이다.
따라서 쌍조건문 $p \longleftrightarrow q$의 진릿값은 오른쪽 표에서 거짓(F)이다.

p	q	$p \longleftrightarrow q$
T	T	T
T	F	F
F	T	F
F	F	T

스 스 로 하 기 / 익힘책 17쪽 | 익힘책 18쪽 | 익힘책 20쪽

1 두 명제의 쌍조건문의 진릿값을 구하여라.

(1) p: 1988년 올림픽은 한국에서 열렸다.
q: 2008년 올림픽은 호주에서 열렸다.

(2) p: 합동인 두 원의 넓이는 같다.
q: 합동인 두 원의 반지름의 길이는 같다.

3 논리 회로

학습 목표

- 논리 회로의 뜻을 알고, 논리 연산과 기호를 논리 회로에 활용할 수 있다.

다가서기 / 컴퓨터를 만든 수학자

튜링(Turing A. M. ; 1912～1954)은 1943년에 진공관으로 작동되는 전자식 암호 해독기인 콜로서스를 만들었는데 이것은 오늘날 컴퓨터가 가진 모든 기능을 갖추고 있다. 에케르트(Eckert J. P.)와 모클리(Mauchly J. W.)는 1946년에 에니악(ENIAC)을 만들었다.

컴퓨터는 논리 회로를 통해 사칙연산과 논리 연산을 수행한다. 따라서 컴퓨터의 논리 회로를 설계할 때에는 합성명제의 진릿값을 계산해야 한다.

01 논리 회로

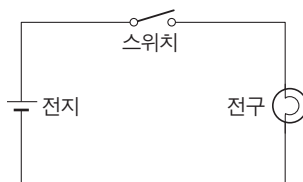
탐 구 하 기 / 논리곱과 곱셈

진릿값이 참(T)인 경우를 '1'로, 거짓(F)인 경우를 '0'으로 나타낼 때, 다음 물음에 답하여 보자.

1. 오른쪽 표는 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값을 나타낸 것이다. 표를 완성하여라.
2. 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값을 p의 진릿값과 q의 진릿값을 곱한 값과 비교하여라.

p	q	$p \wedge q$
1	1	
1	0	
0	1	0
0	0	

알 아 보 기 / 논리 회로에 대하여 알아보자.

다음 그림으로 나타낸 회로에서 스위치가 켜지면(연결되면) 전구가 켜지고, 스위치가 꺼지면(연결되지 않으면) 전구가 꺼진다.

이때, 켜짐을 1, 꺼짐을 0으로 나타내면 스위치와 전구의 상태는 오른쪽 표와 같다.

스위치	전구
켜짐(1)	켜짐(1)
꺼짐(0)	꺼짐(0)

스위치의 상태를 명제 p로 생각하면 켜짐을 나타내는 1은 진릿값 T로, 꺼짐을 나타내는 0은 진릿값 F로 생각할 수 있다.

이와 같이 스위치의 켜짐과 꺼짐으로 명제의 논리곱, 논리합, 부정을 표현한 회로를 **논리 회로**라고 한다.

집적 회로(IC)
두 개 이상의 회로 소자들을 내부적으로 연결하여 전기 회로 내에서 특정한 기능을 수행하도록 한 회로 소자들의 집합체

한편 논리 회로는 컴퓨터의 기본 회로로 이용된다. 컴퓨터의 기본 회로에는 논리곱 회로, 논리합 회로, 논리 부정 회로가 있다. 이것은 각각 합성명제의 논리곱, 논리합, 부정에 해당한다.

이제 컴퓨터의 세 가지 기본 논리 회로의 기호와 회로도, 진리표에 대하여 알아보자.

논리 회로 소자의 실제 모습

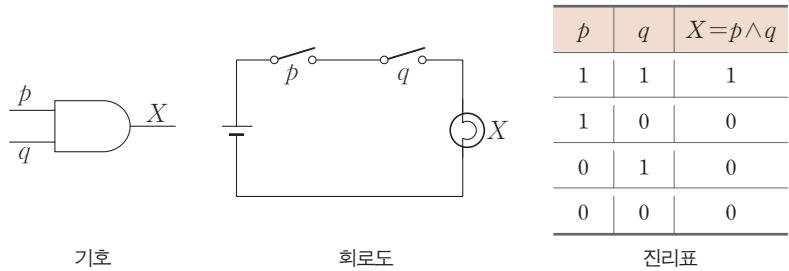
1 논리곱 회로(AND 회로)

논리곱 연산을 수행하는 회로로, 두 개의 입력 조건이 모두 참(1)일 때에만 그 결과가 참(1)인 회로이다.

논리곱 회로의 기호와 회로도, 진리표는 다음과 같다.

기호 회로도

p	q	$X=p\wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

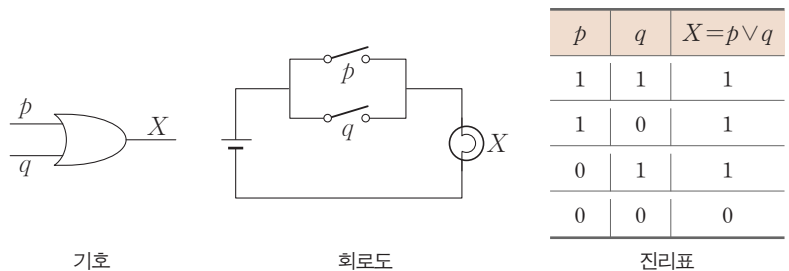
진리표

2 논리합 회로(OR 회로)

논리합 연산을 수행하는 회로로, 두 개의 입력 조건 중 어느 하나만 참(1)이어도 그 결과가 참(1)인 회로이다.

논리합 회로의 기호와 회로도, 진리표는 다음과 같다.

기호 회로도

p	q	$X=p\vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

진리표

3 논리 부정 회로(NOT 회로)

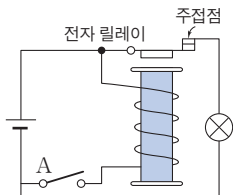
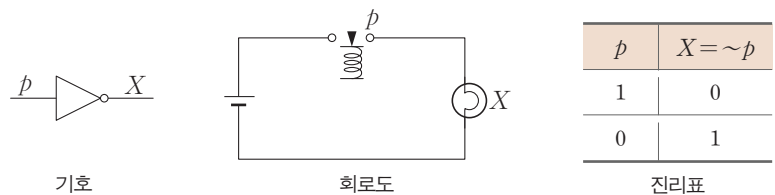
논리 부정 연산을 수행하는 회로로, 주어진 하나의 입력 조건에 대하여 출력이 반대가 되는 회로이다. 즉, 입력이 참(1)이면 그 결과가 거짓(0)이 되고, 입력이 거짓(0)이면 그 결과가 참(1)이 된다.

논리 부정 회로의 기호와 회로도, 진리표는 다음과 같다.

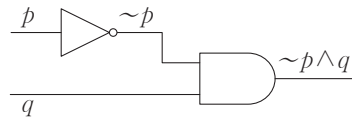
부정 회로의 작동 원리

p	$X=\sim p$
1	0
0	1

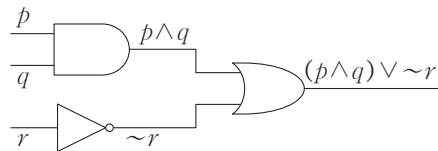
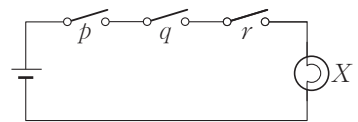
기호 회로도 진리표

함 께 하 기 /

1 세 명제 p, q, r에 대하여 다음에 주어진 합성명제에 해당하는 논리 회로를 기호로 나타내어라.

(1) $\sim p \wedge q$ (2) $(p \wedge q) \vee \sim r$

풀이

(1) 논리 부정 회로 와 논리곱 회로 를 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

회로 를 이용하면 다음과 같이 나타낼 수 있다.

스 스 로 하 기 /

1 오른쪽 그림의 논리 회로는 세 명제 p, q, r의 논리곱 $(p \wedge q) \wedge r$를 나타낸다. 이 논리 회로를 기호로 나타내어라.

2 세 명제 p, q, r에 대하여 다음 합성명제를 나타내는 논리 회로를 기호로 나타내어라.

(1) $\sim (p \wedge q)$ (2) $\sim p \vee (q \vee r)$

이해

논리곱과 논리합

1 다음 두 명제의 논리곱과 논리합을 말하고, 그것의 진릿값을 각각 구하여라.

(1) p: 정삼각형은 이등변삼각형이다.
q: 마름모는 정사각형이다.

(2) p: 한글의 모음은 7개이다.
q: 영어의 모음은 3개이다.

계산

동치명제

2 진리표를 이용하여 다음 두 명제가 동치임을 보여라.

(1) $p \vee q$, $\sim(\sim p \wedge \sim q)$

(2) $\sim(p \longleftrightarrow q)$, $(q \longrightarrow \sim p) \wedge (\sim p \longrightarrow q)$

의사소통

쌍조건문

3 다음 두 명제의 쌍조건문을 말하고, 그것의 진릿값을 구하여라.

p: 런던은 독일에 있다. q: 워싱턴은 영국에 있다.

의사소통

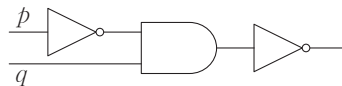
논리 회로

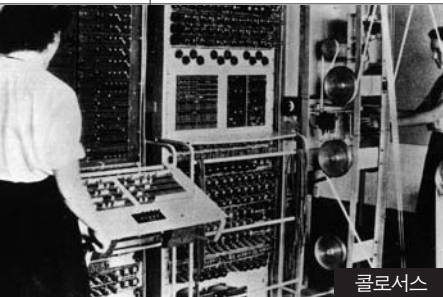
4 조건문 $p \longrightarrow q$에 대한 논리 회로를 기호로 나타내어라.

문제 해결

논리 회로

5 다음 그림과 같은 논리 회로의 기호를 합성명제로 나타내어라.

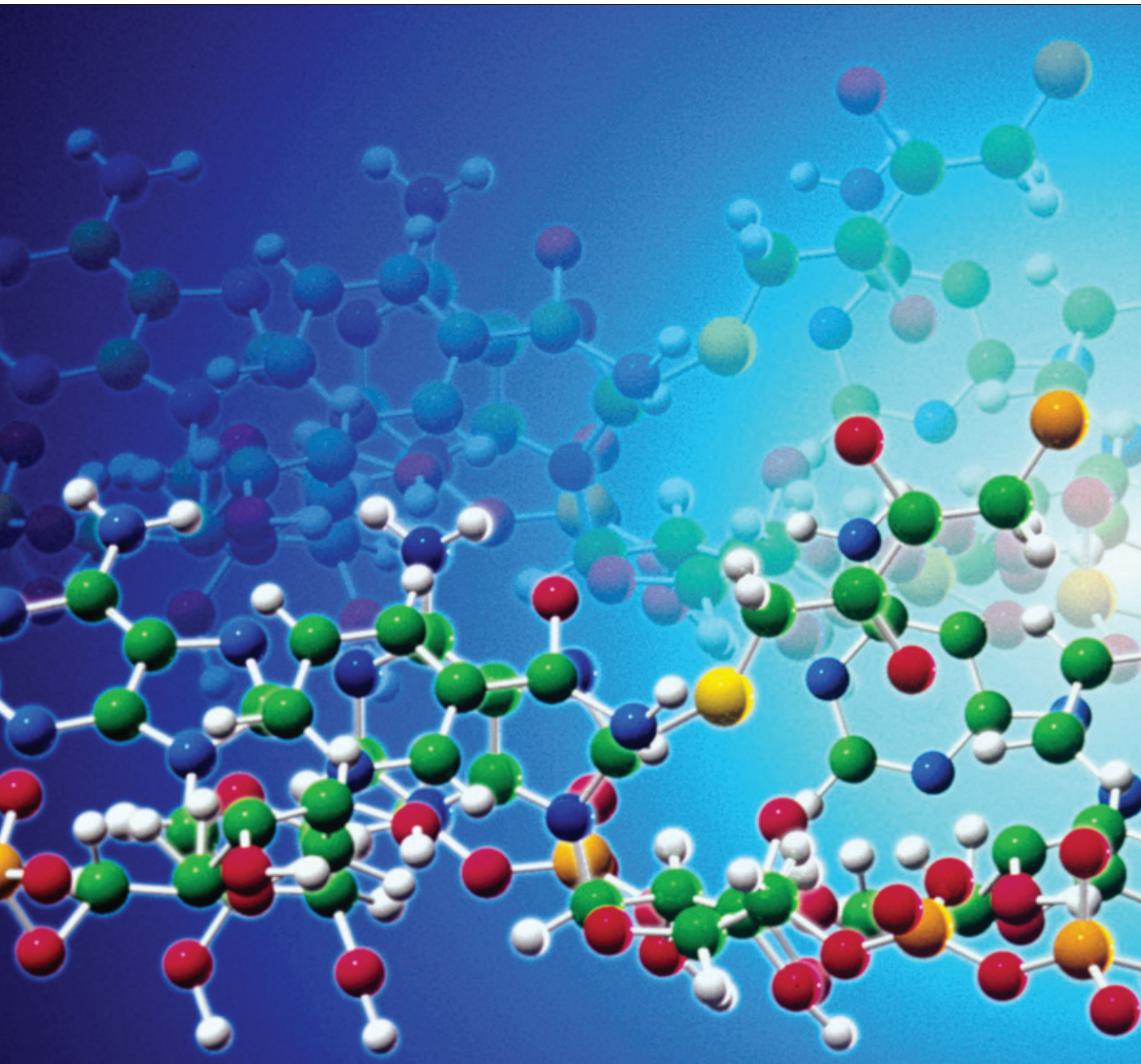
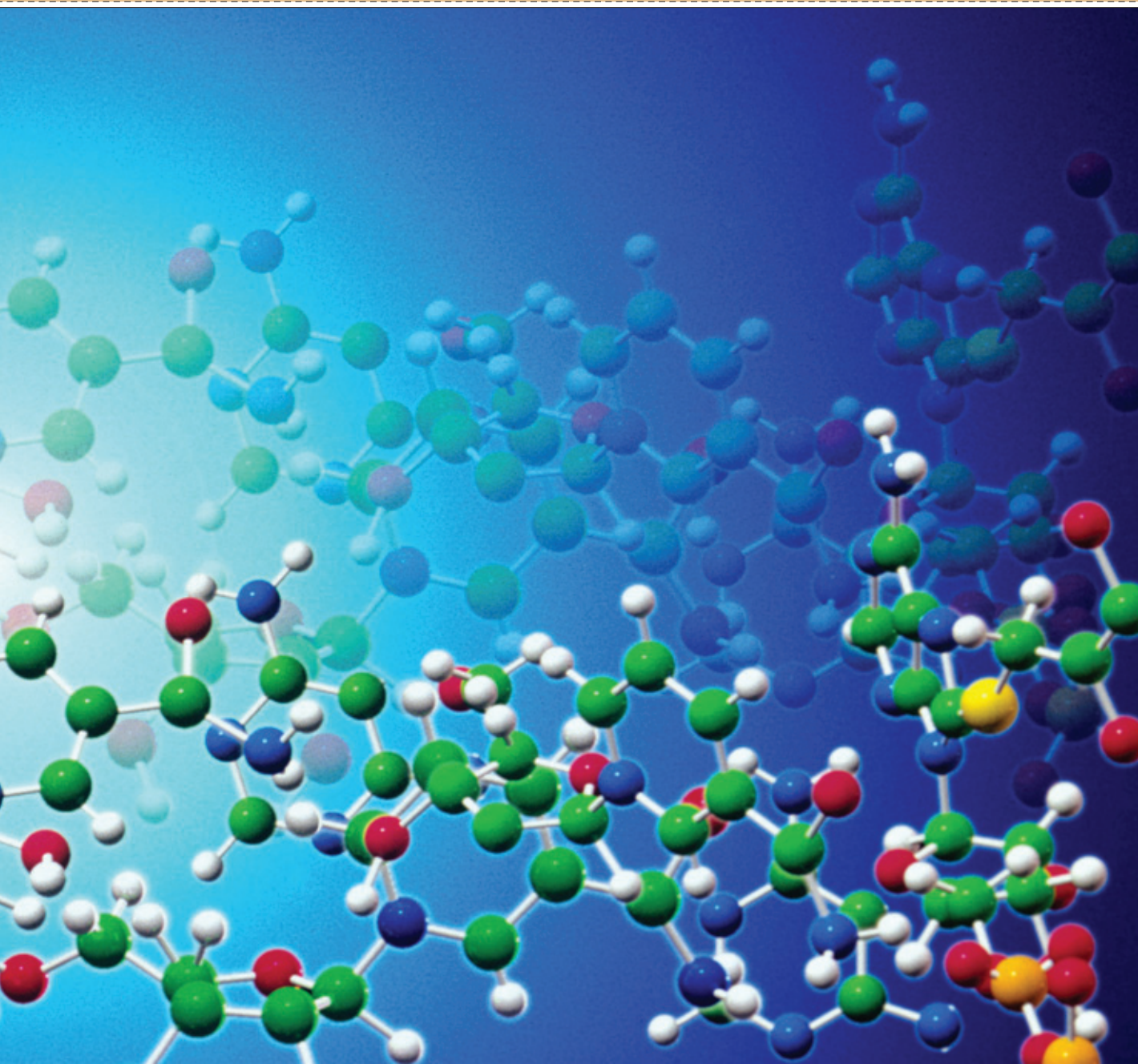
읽을 거리

독일의 암호 체계를 무력화시킨 튜링

콜로서스의 존재가 알려지기 전까지
에니악이 최초의 컴퓨터로 알려져 있었다.

제2차 세계 대전은 영국을 비롯한 연합국과 독일 간의 치열한 과학 기술 경쟁이었다고 할 수 있다.

이 전쟁에서 독일에 패망을 안겨 준 결정적인 역할을 한 전투가 바로 미국이 참전한 후 1944년 6월에 진행된 노르망디 상륙 작전이다.

당시 독일은 '에니그마(Enigma)'라는 기계를 사용하여 암호문을 작성하고 해독하였다. 이 기계의 성능은 너무나 우수하여 난공불락(難攻不落)으로 여겨졌다.

이에 영국은 독일의 암호 체계를 깨뜨리기 위하여 비밀 기구를 창설하고 수학의 달인들을 불러 모았다. 이들 중의 한 사람인 알란 튜링(Turing, A. M. ; 1912～1954)은 세계 최초의 진공관 컴퓨터인 '콜로서스(Colossus)'를 제작하여 독일군의 암호를 대부분 해독하는 데 성공하였다. 자신들의 암호 체계가 깨어진 줄 몰랐던 독일군은 세계 각지로부터 본국으로 보고되는 비밀 문서 전송이나 군 작전 통신 등에도 거리낌 없이 '에니그마'를 이용했다. 결과적으로 독일군은 자신들의 일거수일투족을 고스란히 영국을 비롯한 연합군에게 알려주는 꼴이 되고 말았다. 연합군은 이 정보를 이용하여 전쟁의 승패를 가른 노르망디 상륙 작전을 성공시킬 수 있었다.

II 지수와 로그

지구에서 태양까지의 거리는 1.5×10^{8} km이고, 빛의 속력은 3.0×10^{8} m/s이다. 또 전자의 질량은 $9.10955\times\frac{1}{10^{28}}$ g이며 탄소 12(^{12}C)의 원자 6.02×10^{23}개의 질량은 약 12 g이다. 이와 같이 매우 큰 수나 극히 작은 수를 표현할 때, 지수를 사용하면 편리하다.

단원을 시작하기 전에

지수법칙

1 a, b가 실수이고 m, n이 자연수일 때, □ 안에 알맞은 것을 써넣어라.

(1) $a^m \times a^n = a^{\square}$ (2) $(a^m)^n = a^{\square}$

방정식

2 다음 방정식의 해를 구하여라.

(1) $x^2 = 2$ (2) $x^3 = 8$

제곱근

3 다음 식을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{36}$ (2) $\sqrt{2\sqrt{50}}$

10의 거듭제곱

4 다음 수를 $a \times 10^n$ 또는 $a \times \frac{1}{10^n}$ $(1 \le a < 10$, n은 자연수$)$의 꼴로 나타내어라.

(1) 10000 (2) 0.001

(3) 2700 (4) 0.08

정수 부분과 소수부분

5 다음 수를 $-2.7 = -3 + 0.3$과 같이

$$(\text{정수}) + \alpha \ (0 < \alpha < 1)$$

의 꼴로 나타내어라.

(1) 5.3 (2) -0.4 (3) -1.2

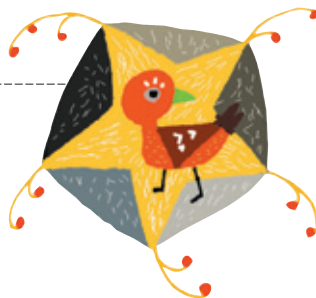
1 지수와 로그

이 단원을 배우면

- 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해할 수 있다.
- 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해할 수 있다.
- 로그의 뜻과 성질을 이해할 수 있다.

1 지수

학습 목표

- 거듭제곱과 거듭제곱근의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
- 지수가 유리수, 실수까지 확장될 수 있음을 이해한다.

다 가 서 기 / 토끼 울타리

오스트레일리아에는 세계에서 가장 긴 울타리인 토끼 울타리(Rabbit-Proof Fence)가 있다. 이것은 오스트레일리아의 북에서 남으로 뻗어 있어 토끼가 서부 오스트레일리아로 퍼지는 것을 막기 위한 것이다.

오스트레일리아에는 유럽인들이 도착하기 이전까지 토끼가 살지 않았다. 그런데 1859년 한 지주가 사냥을 하기 위하여 자신의 농장에 유럽에서 들여온 야생 토끼를 방사한 이후 그 수가 기하급수적으로 늘어났다. 수가 늘어나자 토끼들은 광범위한 지역의 농작물을 망쳐 놓았고, 결국 오스트레일리아 정부는 1837 km나 되는 토끼 울타리를 설치하게 되었다.

여기에서 기하급수적으로 늘어난다는 의미는 무엇일까?

이것은 2에서 $2^2(=2\times2)$, 4에서 $2^3(=4\times2)$, 8에서 $2^4(=8\times2)$, … 으로 증가하는 것이다. 따라서 시간이 지날수록 증가하는 속도가 점점 빨라진다.

01 거듭제곱의 뜻과 지수법칙

탐 구 하 기 / 유에스비(USB) 저장 장치

바이트(byte, B)
컴퓨터가 처리하는 정보의 기본 단위로, 하나의 문자를 표현하는 단위이다.

용량이 16 GB인 유에스비(USB) 저장 장치가 있다. 한글 한 자를 저장하기 위해서는 2 B가 필요할 때, 다음 물음에 답하여 보자.

(단, $1\text{ GB}=2^{10}\text{ MB}$, $1\text{ MB}=2^{10}\text{ KB}$, $1\text{ KB}=2^{10}\text{ B}$)

1. 이 저장 장치에는 몇 자의 한글을 저장할 수 있는지 구하여라.
2. 종이 한 쪽 분량에 한글 문자를 1024자까지 쓸 수 있을 때, 이 저장 장치에는 몇 쪽의 분량을 저장할 수 있는지 구하여라.

알 아 보 기 / 거듭제곱에 대하여 알아보자.

어떤 실수 a를 n번 거듭하여 곱한 a^n을 a의 n제곱이라고 한다. 이때

$$a,\ a^2,\ a^3,\ \cdots,\ a^n,\ \cdots$$

을 통틀어 a의 거듭제곱이라 하고, a^n에서 a를 거듭제곱의 밑, n을 거듭제곱의 지수라고 한다.

a^n ← 지수 (n), ← 밑 (a)

지수가 자연수일 때, 다음의 지수법칙이 성립한다.

지수법칙을 이용하면 거듭제곱을 포함한 복잡한 식을 간단히 할 수 있다.

a, b가 실수이고, m, n이 자연수일 때

(1) $a^m a^n = a^{m+n}$

(2) $(a^m)^n = a^{mn}$

(3) $(ab)^m = a^m b^m$

(4) $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$ (단, $b\neq0$)

(5) $a^m \div a^n = \begin{cases} a^{m-n} & (m>n) \\ 1 & (m=n) \\ \dfrac{1}{a^{n-m}} & (m<n) \end{cases}$ (단, $a\neq0$)

스 스 로 하 기 /

익힘책 35쪽 | 익힘책 36쪽 | 익힘책 37쪽

1 다음을 간단히 하여라. (단, $a\neq0$, $b\neq0$)

(1) $a^5\times a^2\times a$ (2) $(a^3\times a^2)^4$ (3) $\left(\frac{b^2}{a}\right)^3\div b^5$

02 거듭제곱근

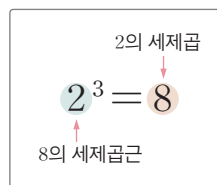
알 아 보 기 / 거듭제곱근의 뜻을 알아보자.

제곱하여 4가 되는 수, 즉 방정식 $x^2=4$를 만족하는 x를 4의 제곱근이라고 한다. 따라서 4의 제곱근은 -2, 2이다.

일반적으로 실수 a와 2 이상의 자연수 n에 대하여 n제곱하여 실수 a가 되는 수, 즉 방정식

$$x^n=a$$

를 만족하는 x를 a의 n제곱근이라고 한다.

이때, a의 제곱근, a의 세제곱근, a의 네제곱근, … 을 통틀어 a의 **거듭제곱근**이라고 한다.

복소수의 범위에서
1의 제곱근: ±1
1의 세제곱근:
$1,\ \dfrac{-1\pm\sqrt{3}i}{2}$
1의 네제곱근: $\pm1,\ \pm i$

복소수의 범위에서 실수 a의 n제곱근은 n개가 있다. 그러나 여기서는 a의 거듭제곱근 중에서 실수인 것만 생각하기로 한다.

| 보기 | 방정식 $x^3=-8$의 근은

$$x^3+8=0,\ (x+2)(x^2-2x+4)=0$$

$$\therefore\ x=-2 \text{ 또는 } x=1\pm\sqrt{3}i$$

따라서 -8의 세제곱근 중에서 실수인 것은 -2뿐이다.

실수 a의 n제곱근 중에서 실수인 것은 방정식 $x^n=a$의 실근이므로 함수 $y=x^n$의 그래프와 직선 $y=a$의 교점의 x좌표이다.

함수 $y=x^n$의 그래프를 이용하여 a의 n제곱근 중에서 실수인 것을 구하여 보자.

(i) n이 홀수일 때

임의의 실수 x에 대하여

$$(-x)^n=-x^n$$

$f(-x)=-f(x)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프는 원점에 대하여 대칭이다.

이므로 함수 $y=x^n$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 원점에 대하여 대칭이다.

이때, 임의의 실수 a의 n제곱근 중에서 실수인 것은 오직 하나뿐이며, 이것을 기호로

$$\sqrt[n]{a}$$

와 같이 나타낸다.

$f(-x)=f(x)$이면 함수 $y=f(x)$의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

(ii) n이 짝수일 때

임의의 실수 x에 대하여 $x^n \ge 0$이고

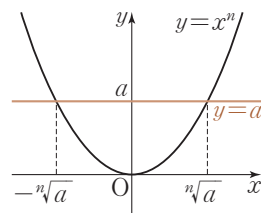
$$(-x)^n = x^n$$

이므로 함수 $y=x^n$의 그래프는 오른쪽 그림과 같이 y축에 대하여 대칭이다.

이때, $a>0$이면 a의 n제곱근 중에서 실수인 것은 양수인 것과 음수인 것의 두 개가 있으며, 이것을 각각 기호로

$$\sqrt[n]{a},\ -\sqrt[n]{a}$$

와 같이 나타낸다.

또 $a=0$이면 a의 n제곱근은 0 하나뿐이고, $a<0$이면 a의 n제곱근 중에서 실수인 것은 없다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

	$a>0$	$a=0$	$a<0$
n이 홀수	$\sqrt[n]{a}$	0	$\sqrt[n]{a}$
n이 짝수	$\sqrt[n]{a},\ -\sqrt[n]{a}$	0	없다

| 참고 | (1) $a<0$일 때, n이 짝수이면 $\sqrt[n]{a}$는 허수이고, n이 홀수이면 $\sqrt[n]{a}$는 음수이다.

(2) $\sqrt[n]{a}$는 'n제곱근 a'라고 읽으며, $\sqrt[2]{a}$는 간단히 $\sqrt{a}$로 나타낸다.

| 보기 | (1) $\sqrt[3]{-125}=-5$

(2) 10000의 네제곱근은 $\sqrt[4]{10000}$과 $-\sqrt[4]{10000}$, 즉 10과 -10이다.

스 스 로　하 기 /

 익힘책 35쪽 | 익힘책 36쪽 | 익힘책 37쪽

1 다음 거듭제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

(1) 121의 제곱근　(2) 64의 세제곱근　(3) -27의 세제곱근

2 다음 값을 구하여라.

(1) $\sqrt[3]{8}$　(2) $\sqrt[3]{-64}$　(3) $\sqrt[4]{16}$

알 아 보 기 / 거듭제곱근의 여러 가지 성질에 대하여 알아보자.

임의의 양수 a에 대하여 $\sqrt[n]{a}$는 n제곱하여 a가 되는 수이므로

$(\sqrt[n]{a})^n=a$

$a>0$, $b>0$이고 n이 2 이상의 자연수일 때, 지수법칙에 의하여

$$(\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b})^n=(\sqrt[n]{a})^n(\sqrt[n]{b})^n=ab$$

이때, $a>0$, $b>0$이므로 $\sqrt[n]{a}>0$, $\sqrt[n]{b}>0$이고 $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}>0$이다.

따라서 $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}$는 ab의 양의 n제곱근이므로

$$\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$$

같은 방법으로 자연수 m, n에 대하여 다음이 성립한다.

$\left(\dfrac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a}}\right)^n=\dfrac{b}{a}$에서 $\dfrac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n]{\dfrac{b}{a}}$

$\{(\sqrt[n]{a})^m\}^n=a^m$에서 $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$

$(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}})^{mn}=a$에서 $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$

$\left(\dfrac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a}}\right)^n=\dfrac{(\sqrt[n]{b})^n}{(\sqrt[n]{a})^n}=\dfrac{b}{a}$

$\{(\sqrt[n]{a})^m\}^n=\{(\sqrt[n]{a})^n\}^m=a^m$

$(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}})^{mn}=\{(\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}})^m\}^n=(\sqrt[n]{a})^n=a$

이상을 정리하면 다음과 같다.

거듭제곱근의 성질

$a>0$, $b>0$이고 m, n이 2 이상의 자연수일 때

(1) $\sqrt[n]{a}\sqrt[n]{b}=\sqrt[n]{ab}$ (2) $\dfrac{\sqrt[n]{b}}{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[n]{\dfrac{b}{a}}$

(3) $(\sqrt[n]{a})^m=\sqrt[n]{a^m}$ (4) $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}}=\sqrt[mn]{a}$

| 보기 | (1) $\sqrt[4]{3}\times\sqrt[4]{27}=\sqrt[4]{3\times27}=\sqrt[4]{3^4}=(\sqrt[4]{3})^4=3$

(2) $\dfrac{\sqrt[3]{3}}{\sqrt[3]{24}}=\sqrt[3]{\dfrac{3}{24}}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{8}}=\sqrt[3]{\dfrac{1}{2^3}}=\left(\sqrt[3]{\dfrac{1}{2}}\right)^3=\dfrac{1}{2}$

(3) $\sqrt[3]{\sqrt{64}}=\sqrt[6]{64}=\sqrt[6]{2^6}=(\sqrt[6]{2})^6=2$

스 스 로 하 기 /

3 다음을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt[3]{2}\times\sqrt[3]{4}$ (2) $\dfrac{\sqrt[3]{40}}{\sqrt[3]{5}}$ (3) $\sqrt{\sqrt[3]{3^6}}$

(4) $\sqrt[5]{0.00032}$ (5) $\sqrt[3]{\sqrt{3^7}\times\sqrt{3^5}}$ (6) $\dfrac{\sqrt[5]{5}}{\sqrt[5]{160}}\times\sqrt[5]{243}$

03 정수 지수의 정의

탐 구 하 기 / 나눗셈과 지수

다음 표는 자연수 n에 대하여 $10^5 \div 10^n$의 값을 나타낸 것이다. 지수의 규칙성을 생각하여 □ 안의 값을 추측하여 보자.

n	1	2	3	4	5	6	7	8
$10^5 \div 10^n$	10^4	10^3	10^2	10^1	$10^{\square}$	$10^{\square}$	$10^{\square}$	$10^{\square}$

알 아 보 기 / 지수가 0 또는 음의 정수인 경우에 대하여 알아보자.

지수를 정수의 범위까지 확장하여 보자.

$a \neq 0$일 때, $m=0$ 또는 $m=-n$ $(n>0)$인 경우에도 지수법칙

$$a^m a^n = a^{m+n}$$

이 성립한다고 하면

$$a^0 \cdot a^n = a^{0+n} = a^n \qquad \therefore a^0 = \frac{a^n}{a^n} = 1$$

$$a^{-n} \cdot a^n = a^{-n+n} = a^0 = 1 \qquad \therefore a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

따라서 지수가 0 또는 음의 정수인 경우 다음과 같이 정의한다.

a^0, a^{-n}의 정의

$a \neq 0$이고, n이 양의 정수일 때

(1) $a^0 = 1$　　(2) $a^{-n} = \dfrac{1}{a^n}$

0^0은 정의하지 않는다.

스 스 로 　하 기 /

익힘책 35쪽 | 익힘책 36쪽 | 익힘책 37쪽

1 다음 값을 구하여라.

(1) $(-17)^0$　(2) $(\sqrt{19})^0$　(3) 3^{-2}　(4) $\left(\dfrac{1}{2}\right)^{-3}$

04 유리수 지수의 정의

알 아 보 기 / 지수가 유리수인 경우에 대하여 알아보자.

지수를 유리수의 범위까지 확장하여 보자.

$a>0$일 때, 유리수 p, q에 대하여 지수법칙 $(a^p)^q=a^{pq}$이 성립한다고 하면 유리수 $\frac{m}{n}$ (m, n은 정수, $n\geq2$)에 대하여

$$(a^{\frac{m}{n}})^n=a^{\frac{m}{n}\cdot n}=a^m$$

이때, $a>0$이므로 $a^{\frac{m}{n}}>0$이다.

따라서 $a^{\frac{m}{n}}$은 a^m의 양의 n제곱근이므로

$$a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$$

이다.

예를 들어 $(2^{\frac{1}{3}})^3=2^{\frac{1}{3}\cdot3}=2^1=2$이므로 $2^{\frac{1}{3}}$은 2의 세제곱근, 즉 $2^{\frac{1}{3}}=\sqrt[3]{2}$이다.

이상에서 지수가 유리수인 경우는 다음과 같이 정의한다.

> **유리수 지수의 정의**
>
> $a>0$이고 m, n이 정수이며 $n\geq2$일 때
>
> (1) $a^{\frac{m}{n}}=\sqrt[n]{a^m}$　　(2) $a^{\frac{1}{n}}=\sqrt[n]{a}$

$a^{\frac{1}{n}}$은 n번 거듭제곱하여 a가 되는 수를 뜻한다. 즉 $(a^{\frac{1}{n}})^n=a$

| 보기 | (1) $\sqrt[3]{2^5}=2^{\frac{5}{3}}$　　(2) $10^{-\frac{3}{2}}=\sqrt{10^{-3}}$

스 스 로 하 기 /

익힘책 35쪽 | 익힘책 36쪽 | 익힘책 37쪽

1 다음을 지수를 사용하여 나타내어라.

(1) $\sqrt[5]{5^2}$　　(2) $\sqrt{0.00001}$　　(3) $\sqrt[4]{2^{-3}}$

2 다음을 근호를 사용하여 나타내어라.

(1) $3^{\frac{1}{3}}$　　(2) $\left(\frac{1}{5}\right)^{\frac{3}{4}}$　　(3) $7^{-\frac{3}{2}}$

05 실수 지수의 정의

알 아 보 기 / 지수가 실수인 경우에 대하여 알아보자.

지수를 실수의 범위까지 확장하기 위하여 지수가 무리수인 경우에는 어떤 의미를 가지는지 $2^{\sqrt{2}}$을 예로 들어 생각하여 보자.

무리수 $\sqrt{2}=1.41421356\cdots$에 한없이 가까워지는 유리수

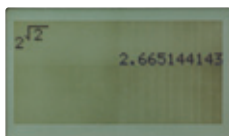
$$1.4,\ 1.41,\ 1.414,\ 1.4142,\ 1.41421,\ \cdots$$

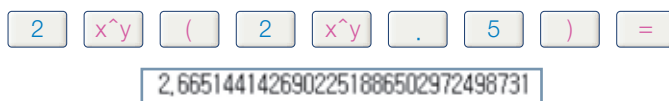
에 대하여 이들을 지수로 가지는 수

$$2^{1.4},\ 2^{1.41},\ 2^{1.414},\ 2^{1.4142},\ 2^{1.41421},\ \cdots$$

의 값을 공학용 계산기를 사용하여 계산하면 오른쪽과 같다. 이 수들은 어떤 일정한 수에 한없이 가까워짐이 알려져 있고, 그 일정한 수를 $2^{\sqrt{2}}$으로 정의한다.

$2^{1.4}$ → 2,6390158215457885187480039424593
$2^{1.41}$ → 2,6573716281930231619683032251025
$2^{1.414}$ → 2,6647496501840435422805296598573
$2^{1.4142}$ → 2,66511908853235146915658056556
$2^{1.41421}$ → 2,6651375617941955689156340704664
⋮

계산기의 종류에 따라 버튼 누르는 순서가 다를 수도 있다.

공학용 계산기에서 다음 순서대로 입력하면 $2^{\sqrt{2}}$의 값을 계산할 수 있다.

2,6651441426902251886502972498731

이와 같이 $a>0$일 때, 임의의 실수 x에 대하여 a^x을 정의할 수 있다.

일반적으로 지수의 범위를 실수까지 확장하여도 다음과 같은 지수법칙이 성립한다.

> a, b가 양의 실수이고, x, y가 실수일 때
>
> (1) $a^x a^y = a^{x+y}$　　(2) $(a^x)^y = a^{xy}$
>
> (3) $(ab)^x = a^x b^x$　　(4) $a^x \div a^y = a^{x-y}$

스 스 로 하 기 /

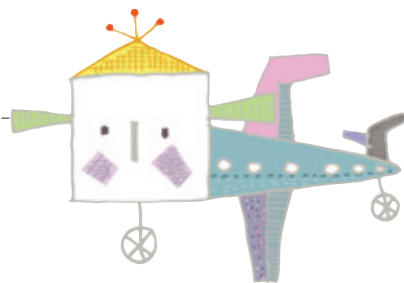
 익힘책 35쪽 | 익힘책 36쪽 | 익힘책 37쪽

1 공학용 계산기를 사용하여 다음을 계산하여라.

(1) $3^{\sqrt{2}}$　　(2) $(3^{\sqrt{2}})^{\sqrt{2}}$　　(3) 3^{π}　　(4) $(\sqrt{2})^{\sqrt{2}}$

2 로그

학습 목표

- 로그의 뜻을 알고, 그 성질을 이해한다.
- 상용로그의 뜻을 알고, 지표와 가수의 성질을 이해한다.

다 가 서 기 / **소리의 강도를 나타내는 단위, 데시벨**

10~30 dB
40~60 dB

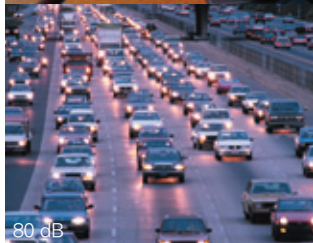
데시벨(dB)은 소리의 강도를 나타내는 단위로, 귀를 통해 감각적으로 들리는 소리의 상대적인 크기를 의미한다.

일상생활에서 접하게 되는 소리 중 가정에서의 평균 생활 소음은 약 40 dB, 일상 대화는 약 60 dB, 집에서 감상하는 음악은 약 85 dB, 소리가 큰 록 밴드의 음악은 약 110 dB이고, 제트 기관의 소음은 약 150 dB이라고 한다. 120~140 dB 정도의 소리는 사람이 듣기에 고통스러운 정도이며, 80 dB 이상의 소음을 오랜 기간 계속 들으면 청각 장애가 올 수도 있다.

데시벨에서의 크기의 개념은 일반 수에서의 크기의 개념과 많이 다르다. 즉, 20 dB의 소리는 10 dB의 소리보다 2배가 아니라 10배 강한 소리이고, 0 dB의 소리보다는 10배의 10배, 즉 100배 강한 소리이다.

같은 원리로 100 dB의 소리는 0 dB의 소리보다 무려 100억 배나 큰 소리가 된다.

이와 같이 데시벨과 일반 수의 크기의 개념이 다른 것은 데시벨을 구하는 공식이 기하급수적으로 증가하는 것을 산술급수적으로 증가하는 것으로 바꾸어 주기 때문이다.

70 dB

80 dB
110 dB
140 dB
150 dB

01 로그의 뜻

탐 구 하 기 / 지수 찾기

다음 표는 두 실수 a, b에 대하여 $a=2^b$을 만족하는 값들을 나타낸 것이다. 표를 완성하여 보자.

a	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	16
b	-2		0	1			

알 아 보 기 / 로그의 뜻을 알아보자.

거듭제곱 $10^2=100$, $10^3=1000$, $10^4=10000$, $\cdots$에서

100을 2에, 1000을 3에, 10000을 4에, $\cdots$

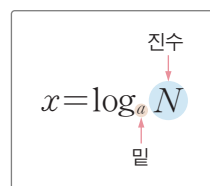
각각 대응시킬 수 있다. 이와 같이 $N=10^x$을 만족하는 양수 N을 x에 대응시키는 것이 가능하다.

일반적으로 $a>0$, $a\neq1$일 때, 양수 N에 대하여 $a^x=N$을 만족하는 실수 x는 오직 하나 존재한다.

이때, x를

$$x=\log_a N$$

과 같이 나타내고, a를 **밑**으로 하는 N의 **로그**라고 한다. 또 N을 $\log_a N$의 **진수**라고 한다.

log는 logarithm의 약자이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

로그의 정의

$a>0$, $a\neq1$이고 $N>0$일 때

$$a^x=N \iff x=\log_a N$$

| 보기 | (1) $2^3=8 \iff 3=\log_2 8$

(2) $10^{-3}=\frac{1}{1000} \iff -3=\log_{10}\frac{1}{1000}$

함께 하기 /

익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 다음 값을 구하여라.

(1) $\log_3 27$ (2) $\log_4 32$

풀이

(1) $x=\log_3 27$로 놓으면 로그의 정의에 의하여

$$3^x=27$$

한편 $27=3^3$이므로 $3^x=3^3$

$$\therefore x=3$$

따라서 $\log_3 27=\mathbf{3}$이다.

(2) $x=\log_4 32$로 놓으면 로그의 정의에 의하여

$$4^x=32$$

한편 $4^x=(2^2)^x=2^{2x}$이고 $32=2^5$이므로

$2^{2x}=2^5$에서 $2x=5$

$$\therefore x=\frac{5}{2}$$

따라서 $\log_4 32=\mathbf{\frac{5}{2}}$이다.

네이피어(Napier, J. ; 1550~1617)
영국의 수학자로 로그를 발명하고, 로그표를 만들었다.

스스로 하기 /

 익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 다음 등식을 로그를 사용하여 나타내어라.

(1) $2^5=32$ (2) $3^0=1$ (3) $8^{\frac{1}{3}}=2$

2 다음 등식을 $a^x=b$의 꼴로 나타내어라.

(1) $\log_2 16=4$ (2) $\log_3 \frac{1}{3}=-1$ (3) $\log_5 \sqrt{5}=\frac{1}{2}$

3 다음 값을 구하여라.

(1) $\log_5 125$ (2) $\log_2 \frac{1}{16}$ (3) $\log_{\sqrt{2}} 8$

(4) $\log_{\frac{1}{3}} 81$ (5) $\log_{10} 0.01$ (6) $\log_{0.1} 1000$

02 로그의 성질

탐 구 하 기 / 로그의 계산

등식 $2^a=16$, $2^b=64$, $2^c=1024$를 만족하는 세 수 a, b, c에 대하여 다음 물음에 답하여 보자.

1. 세 수 a, b, c를 각각 2를 밑으로 하는 로그로 나타내어라.
2. $2^a\times2^b=16\times64=1024=2^c$임을 이용하여 다음 $\square$ 안에 b 또는 c를 알맞게 써넣어라.

$$a+\square=\square$$

알 아 보 기 / 로그의 성질을 알아보자.

로그의 정의와 지수법칙을 이용하여 로그의 성질을 알아보자.

$a>0$, $a\neq1$일 때, $a^0=1$, $a^1=a$이므로

$$\log_a 1=0,\ \log_a a=1$$

이다.

또 $x>0$, $y>0$일 때, $\log_a x=p$, $\log_a y=q$라고 하면 로그의 정의에 의하여

$$x=a^p,\ y=a^q$$

한편 지수법칙에 의하여 $xy=a^pa^q=a^{p+q}$이므로

$$p+q=\log_a xy$$

이때, $p=\log_a x$, $q=\log_a y$이므로 다음을 알 수 있다.

$$\log_a x+\log_a y=\log_a xy$$

이와 같은 방법으로 다음과 같은 로그의 성질이 성립함을 알 수 있다.

오일러(Euler, L. ; 1707~1783)
스위스의 수학자로 지수법칙에서 로그의 성질을 유도하는 방법을 발견하였다.

로그의 성질

$a>0$, $a\neq1$, $x>0$, $y>0$이고 k가 임의의 실수일 때

(1) $\log_a 1=0$, $\log_a a=1$ (2) $\log_a xy=\log_a x+\log_a y$

(3) $\log_a \dfrac{x}{y}=\log_a x-\log_a y$ (4) $\log_a x^k=k\log_a x$

함 께 하 기 /

익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 $\log_2 3=a$라고 할 때, 다음을 a로 나타내어라.

(1) $\log_2 12$ (2) $\log_2 \sqrt{24}$

풀이

(1) $\log_2 12=\log_2(2^2\times 3)=2\log_2 2+\log_2 3=\mathbf{2+a}$

(2) $\log_2\sqrt{24}=\log_2 24^{\frac{1}{2}}=\frac{1}{2}\log_2(2^3\times 3)$

$=\frac{1}{2}(\log_2 2^3+\log_2 3)=\frac{1}{2}(3+\log_2 3)$

$=\mathbf{\frac{3}{2}+\frac{a}{2}}$

$\log_a xy=\log_a x+\log_a y$

2 $3\log_3\sqrt{18}-\frac{1}{2}\log_3 2$를 간단히 하여라.

풀이

$3\log_3\sqrt{18}-\frac{1}{2}\log_3 2=3\log_3 18^{\frac{1}{2}}-\frac{1}{2}\log_3 2$

$=\frac{3}{2}\log_3 18-\frac{1}{2}\log_3 2$

$=\frac{3}{2}\log_3(2\times 3^2)-\frac{1}{2}\log_3 2$

$=\frac{3}{2}(\log_3 2+\log_3 3^2)-\frac{1}{2}\log_3 2$

$=\frac{3}{2}\log_3 2+\frac{3}{2}\times 2\log_3 3-\frac{1}{2}\log_3 2$

$=\mathbf{3+\log_3 2}$

스 스 로 하 기 /

익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 $\log_{10}2=a$, $\log_{10}3=b$라고 할 때, 다음을 a, b로 나타내어라.

(1) $\log_{10}9$ (2) $\log_{10}5$ (3) $\log_{10}12$

2 다음을 간단히 하여라.

(1) $2\log_3\sqrt{27}+\log_3 9$ (2) $\log_2 18-4\log_2\sqrt{6}$

03 로그의 밑의 변환

탐 구 하 기 / $\log_3 5$와 $\dfrac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3}$의 관계

다음 순서에 따라 $\log_3 5$와 $\dfrac{\log_{10} 5}{\log_{10} 3}$의 관계를 알아보자.

1. 등식 $3^x=5$를 만족하는 수 x를 3을 밑으로 하는 로그로 나타내어라.
2. 다음은 등식 $3^x=5$의 양변에 10을 밑으로 하는 로그를 취한 후, 그 식을 x에 대하여 푼 과정을 나타낸 것이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

$$\log_{10} 3^x=\log_{10} 5 \iff x\log_{10} 3=\log_{10} 5 \iff x=\frac{\square}{\square}$$

알 아 보 기 / 밑을 변환하는 방법에 대하여 알아보자.

$a>0$, $a\neq1$, $b>0$일 때, $\log_a b$를 로그의 정의를 이용하여 10을 밑으로 하는 로그로 바꾸어 보자.

$x=\log_a b$라고 하면 로그의 정의로부터 $\quad a^x=b$

양변에 10을 밑으로 하는 로그를 취하면 $\quad \log_{10} a^x=\log_{10} b$

즉, $x\log_{10} a=\log_{10} b$이므로 $\quad x=\dfrac{\log_{10} b}{\log_{10} a}$

$a\neq1$이므로 $\log_{10} a\neq0$이다.

$$\therefore \log_a b=\frac{\log_{10} b}{\log_{10} a}$$

일반적으로 다음과 같이 로그의 밑을 변환할 수 있다.

로그의 밑의 변환 공식

a, b, c는 양수이고 $a\neq1$, $c\neq1$일 때

$$\log_a b=\frac{\log_c b}{\log_c a}$$

| 보기 | (1) $\log_4 32=\dfrac{\log_2 32}{\log_2 4}=\dfrac{\log_2 2^5}{\log_2 2^2}=\dfrac{5\log_2 2}{2\log_2 2}=\dfrac{5}{2}$

(2) $\log_9 16=\dfrac{\log_{10} 16}{\log_{10} 9}=\dfrac{\log_{10} 2^4}{\log_{10} 3^2}=\dfrac{4\log_{10} 2}{2\log_{10} 3}=2\log_3 2$

함 께 하 기 /

 익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 $\log_2 9 \cdot \log_{27} 16$을 간단히 하여라.

$\log_a b = \dfrac{\log_c b}{\log_c a}$

$\log_a x^k = k \log_a x$

풀이

$$\log_2 9 \cdot \log_{27} 16 = \frac{\log_{10} 9}{\log_{10} 2} \cdot \frac{\log_{10} 16}{\log_{10} 27} = \frac{\log_{10} 3^2}{\log_{10} 2} \cdot \frac{\log_{10} 2^4}{\log_{10} 3^3}$$

$$= \frac{2\log_{10} 3}{\log_{10} 2} \cdot \frac{4\log_{10} 2}{3\log_{10} 3} = \mathbf{\frac{8}{3}}$$

2 $\log_{10} 2 = a$, $\log_{10} 3 = b$라고 할 때, 다음을 a, b로 나타내어라.

(1) $\log_9 2$ (2) $\log_5 12$

풀이

(1) $\log_9 2 = \dfrac{\log_{10} 2}{\log_{10} 9} = \dfrac{\log_{10} 2}{\log_{10} 3^2}$

$= \dfrac{\log_{10} 2}{2\log_{10} 3} = \boldsymbol{\dfrac{a}{2b}}$

(2) $\log_{10} 5 = \log_{10} \dfrac{10}{2} = 1 - \log_{10} 2 = 1 - a$이므로

$\log_5 12 = \log_5 2^2 + \log_5 3 = 2\log_5 2 + \log_5 3$

$= 2\dfrac{\log_{10} 2}{\log_{10} 5} + \dfrac{\log_{10} 3}{\log_{10} 5} = \dfrac{2a}{1-a} + \dfrac{b}{1-a}$

$= \boldsymbol{\dfrac{2a+b}{1-a}}$

스 스 로 하 기 /

  익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 다음을 10을 밑으로 하는 로그로 변환하여 간단히 하여라.

(1) $\log_{27} 9$ (2) $\log_{125} 625$

2 $\log_9 10 \cdot \log_{100} 3$을 간단히 하여라.

3 $a = \log_{10} 2$, $b = \log_{10} 3$이라고 할 때, 다음을 a, b로 나타내어라.

(1) $\log_8 9$ (2) $\log_2 5$

04 상용로그

알 아 보 기 / 상용로그의 뜻을 알아보자.

우리가 일상생활에서 주로 사용하는 수는 십진법의 수이므로 로그를 수의 계산에 이용할 경우 10을 밑으로 하는 로그를 사용하는 것이 편리하다.

양수 N에 대하여 10을 밑으로 하는 로그 $\log_{10} N$을 **상용로그**라 하고, 보통 로그의 밑 10을 생략하여 기호로

$$\log N$$

과 같이 나타낸다.

| **보기** | (1) $\log 10 = \log_{10} 10 = 1$　　(2) $\log 1000 = \log_{10} 10^3 = 3$

(3) $\log \sqrt{10} = \log_{10} 10^{\frac{1}{2}} = \frac{1}{2}$　　(4) $\log 0.01 = \log_{10} 10^{-2} = -2$

이 책의 부록에 있는 상용로그표는 0.01의 간격으로 1.00에서 9.99까지의 수에 대한 상용로그의 값을 반올림하여 소수 넷째 자리까지 구한 근삿값을 나타낸 것이다. 이 표를 이용하면 정수 부분이 한 자리인 양수의 상용로그의 값을 구할 수 있다.

수	0	1	2	3	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0719	.0755
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7226	.7235

상용로그표의 값은 근삿값이므로
$\log 5.12 \fallingdotseq 0.7093$
으로 쓰는 것이 옳지만, 편의상 ≒대신 =를 사용하여
$\log 5.12 = 0.7093$
으로 쓴다.

예를 들어 $\log 5.12$의 값은 위의 표에서 0.7093임을 알 수 있다.

| **참고** | 공학용 계산기로 $\log 5.12$의 값을 구할 수 있다.

버튼 누르는 순서는 계산기의 종류에 따라 다를 수 있다.

스 스 로 　하 기 / 익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 상용로그표 또는 계산기를 이용하여 다음 값을 구하여라.
(단, 반올림하여 소수 넷째 자리까지 구한다.)

(1) $\log 1.23$　　(2) $\log 3.14$

05 상용로그의 지표와 가수

탐 구 하 기 / 상용로그의 값 구하기

다음은 $\log 2=0.3010$임을 이용하여 $\log 2000$과 $\log 0.2$의 값을 구하는 과정이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

1. $\log 2000=\log(2\times 10^{\square})=\log 2+\log 10^{\square}$
$=0.3010+\square=\square$

2. $\log 0.2=\log(2\times 10^{\square})=\log 2+\log 10^{\square}$
$=0.3010+(\square)=\square$

알 아 보 기 / 상용로그의 지표와 가수에 대하여 알아보자.

상용로그표에서 $\log 5.12=0.7093$이므로 로그의 성질을 이용하여 5120, 0.0512의 상용로그의 값을 다음과 같이 구할 수 있다.

$$\begin{aligned}\log 5120&=\log(5.12\times 10^{3})\\&=\log 5.12+\log 10^{3}\\&=0.7093+3=3.7093\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\log 0.0512&=\log(5.12\times 10^{-2})\\&=\log 5.12+\log 10^{-2}\\&=0.7093-2=-1.2907\end{aligned}$$

양수 M은

$$M=a\times 10^{n}\ \ (1\le a<10,\ n\text{은 정수})$$

의 꼴로 표현할 수 있다. 이 식의 양변에 상용로그를 취하면

$$\log M=\log(a\times 10^{n})=\log a+\log 10^{n}=n+\log a \quad \cdots ㉠$$

이므로 양수 M의 상용로그의 값은 상용로그표를 이용하여 $\log a$의 값을 찾은 후 정수 n의 값을 더하여 구할 수 있다.

이때, ㉠에서 정수 n을 $\log M$의 **지표**, $\log a$를 $\log M$의 **가수**라고 한다.

여기서 $1\le a<10$이므로

$$0\le \log a<1$$

즉, 상용로그의 가수는 항상 0 이상 1 미만의 수이다.

한편 $\log 0.0512=-1.2907$과 같이 로그의 값이 음수인 경우에는

$$\begin{aligned}\log 0.0512&=-1.2907\\&=-2+(1-0.2907)\\&=-2+0.7093\end{aligned}$$

과 같이 변형하고, 지표와 가수를 알아보기 쉽도록 지표 -2를 $\overline{2}$로 나타내어 다음과 같이 쓴다.

$$\log 0.0512=-2+0.7093=\overline{2}.7093$$

$\overline{2}.7093$은 -2.7093이 아니라 $-2+0.7093$임에 유의한다.

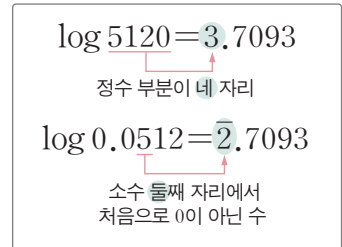
| 보기 | (1) $\log 5120=3.7093$이므로 $\log 5120$의 지표는 3, 가수는 0.7093이다.

(2) $\log 0.0512=\overline{2}.7093$이므로 $\log 0.0512$의 지표는 -2, 가수는 0.7093이다.

$\log 5120=3.7093$

정수 부분이 네 자리

$\log 0.0512=\overline{2}.7093$

소수 둘째 자리에서 처음으로 0이 아닌 수

일반적으로 상용로그의 지표와 가수에 대하여 다음 성질이 성립한다.

지표와 가수의 성질

(1) 지표의 성질

① 정수 부분이 n자리인 수의 상용로그의 지표는 $n-1$이다.

② 소수 n째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나는 1보다 작은 양수의 상용로그의 지표는 $-n$이다.

(2) 가수의 성질

숫자의 배열이 같고, 소수점의 위치만 다른 수들의 상용로그의 가수는 모두 같다.

스 스 로 하 기 /

1 상용로그표를 이용하여 다음 수의 상용로그의 지표와 가수를 구하여라.

(1) 419 (2) 0.419

2 $\log 5.67=0.7536$임을 이용하여 다음 상용로그의 값을 구하여라.

(1) $\log 5670$ (2) $\log 0.00567$ (3) $\log \sqrt{567}$

함 께 하 기 /

익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

1 $\log 2=0.3010$, $\log 3=0.4771$임을 이용하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 2^{30}은 몇 자리 정수인가?

(2) $\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$을 계산하면 소수 몇째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나는가?

풀이

(1) $\log 2^{30}=30\times\log 2=30\times 0.3010=9.030$

이므로 $\log 2^{30}$의 지표는 9이다.

따라서 2^{30}은 **10자리 정수**이다.

(2) $\log\left(\frac{1}{3}\right)^{20}=\log 3^{-20}=-20\log 3$

$=-20\times 0.4771=-9.542$

$=-10+0.458=\overline{10}.458$

이므로 $\log\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$의 지표는 -10이다.

따라서 $\left(\frac{1}{3}\right)^{20}$은 **소수 열째 자리**에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 40쪽 | 익힘책 42쪽 | 익힘책 43쪽

3 $\log 2=0.3010$, $\log 3=0.4771$임을 이용하여 다음 물음에 답하여라.

(1) 6^{100}은 몇 자리 정수인가?

(2) $\left(\frac{2}{3}\right)^{20}$을 계산하면 소수 몇째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타나는가?

4 세기가 A와트(W)인 전파가 어떤 벽을 투과하여 세기가 B W인 전파로 바뀔 때, 그 벽의 전파감쇄비를 f데시벨(dB)이라고 하면

$$f=10\log\left(\frac{B}{A}\right)$$

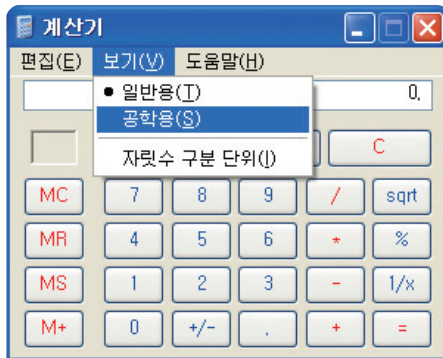
의 관계식이 성립한다. 전파감쇄비가 -5 dB인 벽을 투과한 전파의 세기가 1 W일 때, 투과하기 전 전파의 세기를 구하여라.

공 학 도 구

*수학적 개념을 공학 도구를 이용하여 이해하고 탐구해 보세요.

계산기 프로그램을 이용하여 상용로그의 값 구하기

상용로그의 값을 구할 때에는 공학용 계산기 또는 계산기 프로그램을 이용하여 구할 수 있다. 다음은 계산기 프로그램을 이용하여 상용로그의 값을 구하는 과정을 나타낸 것이다.

1단계 다음 그림과 같이 [보기] 메뉴에서 계산기를 일반용에서 공학용으로 바꾼다.

2단계 다음과 같은 계산기에서 $\log 4.026$의 값은 다음의 순서대로 입력하면 구할 수 있다.

계산기 프로그램을 이용하여 여러 가지 로그의 값을 구하고, 이를 상용로그표에서 구한 값과 비교하여 보자.

중단원 확인하기

새로 나온 용어와 기호
거듭제곱근, 밑, 로그, 진수, 상용로그, 지표, 가수, $\sqrt[n]{a}$, $\log_a N$, $\log N$

거듭제곱근

이해

1 다음 거듭제곱근 중 실수인 것을 구하여라.

(1) 1000의 세제곱근　　　(2) 81의 네제곱근

지수와 로그

계산

2 다음을 간단히 하여라.

(1) $\sqrt{5^3}\times\sqrt[4]{5}$　　　(2) $a^{-\sqrt{3}}\times(a^{\sqrt{3}})^4\div(a^{\sqrt{3}}\times a^{2\sqrt{3}})$

(3) $\log\sqrt{0.1}$　　　(4) $\log_3 7\times\log_7 9$

상용로그의 지표와 가수

이해

3 상용로그표를 이용하여 다음을 만족하는 x의 값을 구하여라.

(1) $\log 87.5=x$　　　(2) $\log x=\bar{3}.7686$

상용로그의 지표와 가수

문제 해결

4 상용로그의 지표가 2인 수 중 가장 큰 정수를 a, 상용로그의 지표가 -2인 수 중 가장 작은 수를 b라고 할 때, ab의 값을 구하여라.

수돗물의 사용량

의사소통

5 어느 집에서 5일 동안 사용한 수돗물의 양을 조사하였더니 조사를 시작한 후 x일 동안 사용한 수돗물의 양은 다음과 같았다.

$$5x+100\log x\,(\mathrm{m}^3)$$

이때, 5일 동안 사용한 수돗물의 양은 첫날 사용한 수돗물의 양의 몇 배인지 말하여라. (단, $\log 5=0.7$로 계산한다.)

2 지수함수와 로그함수

이 단원을 배우면

- 실생활 상황을 통해 지수함수의 뜻을 알 수 있다.
- 지수함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해할 수 있다.
- 실생활 상황을 통해 로그함수의 뜻을 알 수 있다.
- 로그함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해할 수 있다.

1 지수함수와 그 그래프

학습 목표

- 실생활 상황을 통해 지수함수의 뜻을 안다.
- 지수함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.

다 가 서 기 / **세균의 분열 속도**

어떤 대장균이 20분마다 분열하면, 이 대장균 한 개는 한 시간 뒤에는 $2^3(=8)$개의 개체로 증가하고, 4시간 뒤에는 그 수가 무려 $2^{12}(=4096)$개가 된다.

적당한 환경이 주어진다면 시간 x와 대장균 수 y 사이에는 다음과 같은 관계가 성립한다.

$$y=2^{3x}$$

이와 같이 기하급수적으로 증가하는 수치는 지수를 이용하여 함수로 표현하면 편리하다.

01 지수함수의 뜻

탐 구 하 기 / 반감기

루테늄(ruthenium) 주기율표에서 제8족인 백금족 원소의 하나로 원소 기호는 Ru이다.

영광 원자력 발전소

어떤 물질이 일정한 비율로 붕괴되어 반으로 감소하는 데 걸리는 시간을 반감기라고 한다. 원자력 발전 과정에서 만들어지는 방사성 동위 원소 루테늄 106(^{106}Ru)은 반감기가 약 1년이다. 루테늄 106 1 g이 x년 후에 남은 질량을 $f(x)$ g이라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

x	0	1	2	3	4
$f(x)$	1	$\frac{1}{2}$			

알 아 보 기 / 지수함수에 대하여 알아보자.

한 장의 종이를 절반으로 자르면 2장이 된다. 또 이 2장의 종이를 겹쳐 놓고 다시 절반으로 자르면 4장이 된다. 이와 같은 과정을 반복할 때마다 종이의 수는 8, 16, 32, …와 같이 증가한다.

이때, 자른 횟수를 x라고 하면 종이의 수는 2^x장이 된다.

이와 같이 정수 x $(x\geq 0)$에 2^x을 대응시키면 그 값은 하나로 정해지므로

$$y=2^x$$

은 정수 x $(x\geq 0)$ 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수이다.

지수함수를 영어로 exponential function 이라고 한다.

일반적으로 실수 x에 대응하는 a^x $(a>0,\ a\neq 1)$의 값은 단 하나뿐이므로 $y=a^x$은 x의 함수이다.

이와 같이 실수 전체의 집합을 정의역으로 하는 함수

$$y=a^x\ (a>0,\ a\neq 1)$$

을 a를 밑으로 하는 **지수함수**라고 한다.

$a=1$이면 모든 실수 x에 대하여 $a^x=1$이므로 $y=a^x$은 상수함수가 된다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 48쪽 | 익힘책 49쪽 |
익힘책 50쪽

1 다음 중 지수함수를 모두 찾아라.

(1) $y=x^2$　　(2) $y=2^x$　　(3) $y=\dfrac{1}{2x}$　　(4) $y=(\sqrt{3})^x$

02 지수함수의 그래프와 그 성질

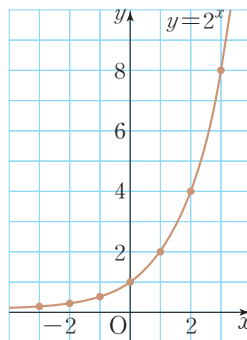
알 아 보 기 / 지수함수의 그래프와 그 성질에 대하여 알아보자.

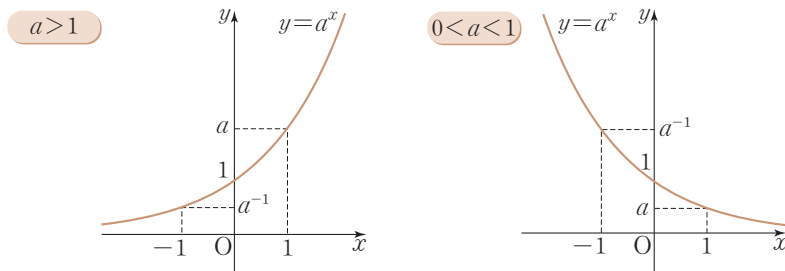
지수함수의 그래프를 그려 보자.

함수 $y=2^x$에 대하여 정수 x의 값에 대응하는 y의 값을 표로 나타내면 다음과 같다.

x	$\cdots$	-3	-2	-1	0	1	2	3	$\cdots$
$y=2^x$	$\cdots$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	$\cdots$

위의 표에서 서로 대응하는 x, y값의 순서쌍 $(x,\ y)$를 좌표평면 위에 나타내고, 매끄러운 곡선으로 연결하면 오른쪽 그림과 같다.

이 곡선이 함수 $y=2^x$의 그래프이다.

일반적으로 $a>0$이고, $a\neq1$일 때, 지수함수 $y=a^x$의 그래프는 a값의 범위에 따라 다음과 같다.

$a>1$인 경우의 그래프와 $0<a<1$인 경우의 그래프는 y축에 대하여 대칭이다.

위의 그래프로부터 다음과 같은 지수함수 $y=a^x\ (a>0,\ a\neq1)$의 성질을 알 수 있다.

지수함수 $y=a^x\ (a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) 정의역은 실수 전체의 집합이고, 치역은 양의 실수 전체의 집합이다.

(2) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

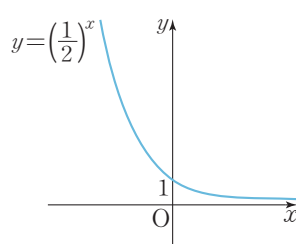
$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(3) 그래프는 점 $(0,\ 1)$과 점 $(1,\ a)$를 지난다.

(4) 그래프의 점근선은 x축이다.

곡선이 어떤 직선에 한없이 가까워질 때, 이 직선을 그 곡선의 점근선이라고 한다.

함께하기 /

1 오른쪽 그림은 지수함수 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프이다. 이 그래프를 이용하여 다음 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$　　(2) $\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

풀이

$y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(1) 지수를 비교하면 $\sqrt{2}<\sqrt{3}$이므로　$\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{2}}>\left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{3}}$

(2) 지수를 비교하면 $-2>-3$이므로　$\left(\frac{1}{2}\right)^{-2}<\left(\frac{1}{2}\right)^{-3}$

2 함수 $y=2^x$의 그래프를 이용하여 함수 $y=2^{x-1}$의 그래프를 그려라.

그래프의 평행이동과 대칭이동을 이용하면 여러 가지 지수함수의 그래프를 그릴 수 있다.

풀이

함수 $y=2^{x-1}$의 그래프는 함수 $y=2^x$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

따라서 그래프는 오른쪽 그림과 같다.

스스로 하기 /

1 다음 지수함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=3^x$　　(2) $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$

2 지수함수의 그래프를 이용하여 다음 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\sqrt[5]{3}$, $\sqrt[4]{9}$　　(2) $\sqrt{0.2}$, $\sqrt[3]{0.04}$

3 함수 $y=3^x$의 그래프를 이용하여 다음 지수함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=3^{x-2}$　　(2) $y=3^x+1$

(3) $y=3^{-x}$　　(4) $y=-3^x$

2 로그함수와 그 그래프

학습 목표
- 실생활 상황을 통해 로그함수의 뜻을 안다.
- 로그함수의 그래프를 그려 보고, 그 성질을 이해한다.

다 가 서 기 / **완충 용액**

많은 사람들은 건강하게 살기 위해 걷기, 달리기 등의 운동을 한다. 그러나 운동을 오래하면 젖산이 만들어지는데 이것이 혈액 속으로 녹아 들어가면 pH가 낮아져 위험해진다. 이때, 혈액 속의 pH가 낮아지는 것을 막기 위해 혈장이나 적혈구 등이 반응하여 혈액 속의 pH를 일정하게 유지한다.

체내 적정 pH는 7.35~7.45이다.

이와 같이 산이나 염기가 들어 왔을 때 반응하여 pH를 일정하게 유지시켜주는 용액을 '완충 용액'이라고 한다.

사람의 혈액 속의 pH는 다음과 같은 완충 방정식(Henderson–Hasselbalch formula)을 이용하여 찾을 수 있다.

$$\mathrm{pH}=6.1+\log\frac{B}{C}$$

(단, B: 짝염기의 몰 농도, C: 약산의 몰 농도)

우리 몸은 평상시에 염기와 산의 몰 농도의 비 $\frac{B}{C}$가 약 20이 되도록 유지한다. 이때의 pH를 계산하면 다음과 같다.

$$\mathrm{pH}=6.1+\log 20 \fallingdotseq 7.4$$

01 로그함수의 뜻

탐 구 하 기 / 지진의 세기

지진의 세기를 나타낼 때에는 '규모'라는 단위를 사용한다. 규모 y를 지진의 최대 진폭 x마이크로미터(μm)에 대하여 $y=\log x$로 정의할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

진폭	10	10^2	10^3	10^4
규모	1.0		3.0	

알 아 보 기 / 로그함수의 뜻을 알아보자.

보통 사람이 느낄 수 있는 지진의 최대 진폭은 $10^{4.3}$ μm 이상이다. 최대 진폭이 $10^{3.1}$ μm인 지진은 보통 사람들은 느끼지 못하고 기계로만 확인할 수 있다. 또 최대 진폭이 $10^{6.5}$ μm인 지진은 건물에 상당한 피해를 입힌다.

이때, 최대 진폭이 x μm인 지진을 규모 $\log x$로 나타낸다.

즉, 최대 진폭 $10^{3.1}$ μm를 규모 3.1로, 최대 진폭 $10^{6.5}$ μm를 규모 6.5로 나타낸다.

이와 같이 양수 x에 $\log x$를 대응시키면 그 값은 하나로 정해지므로 $y=\log x$는 양수 전체를 정의역으로 하는 함수이다.

일반적으로 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 역함수

$$y=\log_a x$$

가 존재하며, 이 함수를 a를 밑으로 하는 **로그함수**라고 한다.

$y=\log_2 x$에서 x와 y를 바꾸면 $y=2^x$이므로 $y=\log_2 x$는 $y=2^x$의 역함수임을 알 수 있다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 54쪽 | 익힘책 56쪽 | 익힘책 57쪽

1 로그함수 $f(x)=\log_3 x$에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $f\left(\dfrac{1}{3}\right)$ (2) $f(1)$

(3) $f(3)$ (4) $f(243)$

02 로그함수의 그래프와 성질

알 아 보 기 / 로그함수의 그래프와 그 성질에 대하여 알아보자.

로그함수를 영어로 logarithmic function 이라고 한다.

로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$는 지수함수 $y=a^x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 역함수이므로 로그함수 $y=\log_a x$의 정의역은 양의 실수 전체의 집합이고 치역은 실수 전체의 집합이다.

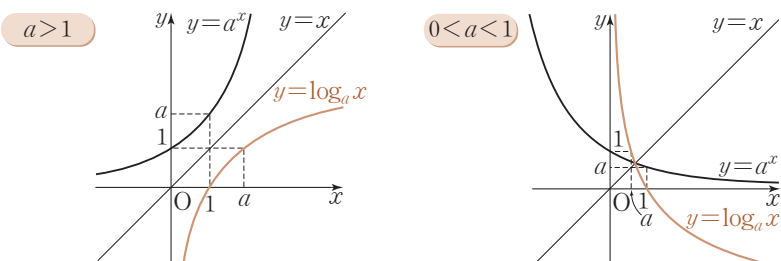
이상을 정리하면 다음과 같다.

지수함수와 로그함수의 관계

$a>0,\ a\neq1$일 때

(1) $y=\log_a x \iff x=a^y$

(2) 로그함수 $y=\log_a x$는 지수함수 $y=a^x$의 역함수이다.

일반적으로 로그함수 $y=\log_a x$의 그래프는 지수함수 $y=a^x$의 그래프와 직선 $y=x$에 대하여 대칭이다. 이것을 이용하여 로그함수 $y=\log_a x$의 그래프를 그리면 다음 그림과 같다.

위의 그래프로부터 다음과 같은 로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq0)$의 성질을 알 수 있다.

로그함수 $y=\log_a x$ $(a>0,\ a\neq1)$의 성질

(1) 정의역은 양의 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.

(2) $a>1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값도 증가한다.

$0<a<1$일 때, x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(3) 그래프는 점 $(1,\ 0)$과 점 $(a,\ 1)$을 지난다.

(4) 그래프의 점근선은 y축이다.

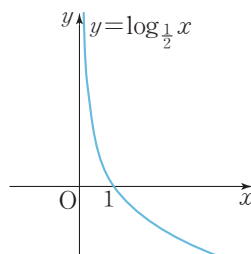
함께하기 /

익힘책 54쪽 | 익힘책 56쪽 | 익힘책 57쪽

1
로그함수 $y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 그래프는 오른쪽 그림과 같다. 이 그래프를 이용하여 다음 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}$, $\log_{\frac{1}{2}}2$

(2) $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}$, $\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}$

풀이

$y=\log_{\frac{1}{2}}x$의 그래프에서 x의 값이 증가하면 y의 값은 감소한다.

(1) 진수를 비교하면 $\sqrt{3}<2$이므로 $\mathbf{\log_{\frac{1}{2}}\sqrt{3}>\log_{\frac{1}{2}}2}$

(2) 진수를 비교하면 $\frac{1}{4}<\frac{1}{3}$이므로 $\mathbf{\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{4}>\log_{\frac{1}{2}}\frac{1}{3}}$

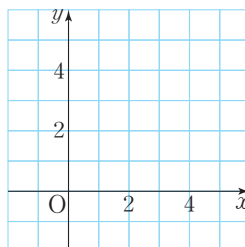
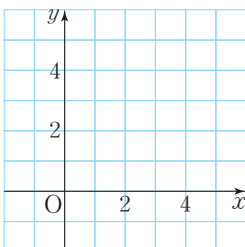
스스로 하기 /

익힘책 54쪽 | 익힘책 56쪽 | 익힘책 57쪽

1 다음 로그함수의 정의역, 치역, x절편, 점근선을 말하여라.

(1) $y=\log x$ (2) $y=\log_{0.1}x$

2 지수함수 $y=4^x$ 및 지수함수 $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$의 그래프를 이용하여 다음 로그함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=\log_4 x$ (2) $y=\log_{\frac{1}{4}}x$

3 로그함수의 그래프를 이용하여 다음 수의 대소를 비교하여라.

(1) $\log_3 5$, $\log_3 6$ (2) $\log_{\frac{1}{3}}2$, $\log_{\frac{1}{3}}\sqrt{5}$

이해

지수함수, 로그함수의 그래프

1 다음 지수함수와 로그함수의 그래프를 그려라.

(1) $y=5^x$ (2) $y=\left(\frac{1}{5}\right)^x$

(3) $y=\log_3 x$ (4) $y=\log_{\frac{1}{3}} x$

의사소통

지수함수의 그래프

2 지수함수 $y=4^x$의 그래프와 다음 지수함수 그래프의 관계를 말하고, 그 그래프를 그려라.

(1) $y=4^{x-1}$ (2) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$

이해

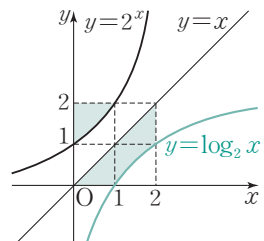
지수와 로그의 대소 비교

3 다음 세 수의 대소를 비교하여라.

$$\sqrt[3]{25}, \quad \sqrt[4]{125}, \quad \log_2 8$$

이해

지수함수와 로그함수

4 오른쪽 그림은 두 함수 $y=2^x$, $y=\log_2 x$의 그래프 및 직선 $y=x$를 나타낸 것이다. 그림에서 색칠한 부분의 넓이의 합을 구하여라.

문제 해결

지진의 발생 규모

5 어느 지역에서 1년 동안 발생하는 규모가 M 이상인 지진의 평균 발생 횟수를 N회라고 하면 다음 관계식이 성립한다고 한다.

$$\log N=5.4-0.9M$$

이 지역에서 규모가 x 이상인 지진은 1년에 평균 한 번 발생할 때, x의 값을 구하여라.

지수함수 그래프와 로그함수 그래프의 대칭이동

1. 지수함수 $y=2^x$의 그래프의 대칭이동

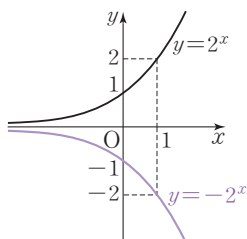
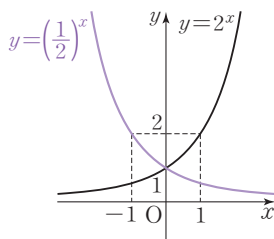
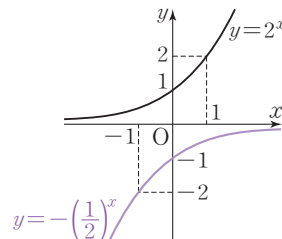
(1) x축에 대한 대칭이동: 지수함수 $y=2^x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 y좌표가 $-y$로 바뀌므로 $-y=2^x$, 즉 $y=-2^x$의 그래프가 된다. …… | 그림1 |

(2) y축에 대한 대칭이동: 지수함수 $y=2^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면 x좌표가 $-x$로 바뀌므로 $y=2^{-x}$, 즉 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가 된다. …… | 그림2 |

(3) 원점에 대한 대칭이동: 지수함수 $y=2^x$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 x좌표는 $-x$로, y좌표는 $-y$로 바뀌므로 $-y=2^{-x}$, 즉 $y=-\left(\frac{1}{2}\right)^x$의 그래프가 된다. …… | 그림3 |

| 그림1 |

| 그림2 |

| 그림3 |

2. 로그함수 $y=\log_2 x$의 그래프의 대칭이동

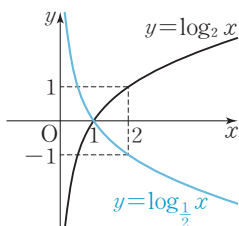
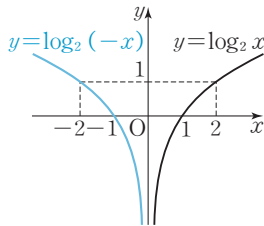
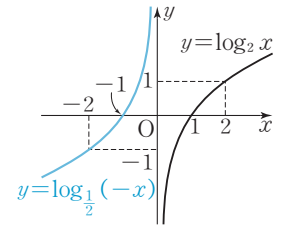
(1) x축에 대한 대칭이동: 로그함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 x축에 대하여 대칭이동하면 y좌표가 $-y$로 바뀌므로 $-y=\log_2 x$, 즉 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$의 그래프가 된다. …… | 그림4 |

(2) y축에 대한 대칭이동: 로그함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동하면 x좌표가 $-x$로 바뀌므로 $y=\log_2(-x)$의 그래프가 된다. …… | 그림5 |

(3) 원점에 대한 대칭이동: 로그함수 $y=\log_2 x$의 그래프를 원점에 대하여 대칭이동하면 x좌표는 $-x$로, y좌표는 $-y$로 바뀌므로 $-y=\log_2(-x)$, 즉 $y=\log_{\frac{1}{2}}(-x)$의 그래프가 된다. …… | 그림6 |

| 그림4 |

| 그림5 |

| 그림6 |

III 수열

해바라기의 씨앗을 자세히 살펴보면 그 배열에서 규칙성을 찾을 수 있다. 이와 같이 식물이나 동물의 생태, 적금이나 할부금의 이자 계산 등에는 규칙성이 있으며 이를 활용하여 자연 현상이나 사회 현상을 설명할 수 있다.

단원을 시작하기 전에 …

그림의 규칙 찾기

1 □ 안에 알맞은 그림을 그려라.

(1) •   ••   •••   •••• □

(2) •   ••   •••   •••• □

수의 규칙 찾기

2 다음 수들이 어떤 규칙을 가지고 나열되어 있을 때, □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) 1, 2, 3, □, 5, 6, □, 8, 9, 10

(2) 1, 2, 4, □, 16, 32, □, 128, 256

인수분해

3 다음을 인수분해하여라.

(1) $x(x+1)(2x+1)-x(x+1)$

(2) x^5-1

연립방정식

4 다음 연립방정식을 풀어라.

(1) $\begin{cases} x-y=1 \\ 3x+2y=13 \end{cases}$ (2) $\begin{cases} x+3y=17 \\ y(2x+3y-3)=80 \end{cases}$

함숫값

5 다음 물음에 답하여라.

(1) $f(x)=x^2+2x-1$일 때, $f(1)$, $f(2)$의 값을 구하여라.

(2) $g(x)=3\cdot2^x$일 때, $g(1)$, $g(3)$의 값을 구하여라.

1

이 단원을 배우면

- 실생활 상황을 통해 수열의 뜻을 알 수 있다.
- 등차수열의 뜻을 알고, 일반항을 구할 수 있다.
- 등차수열에서 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.
- 등비수열의 뜻을 알고, 일반항을 구할 수 있다.
- 등비수열에서 첫째항부터 제n항까지의 합을 구할 수 있다.

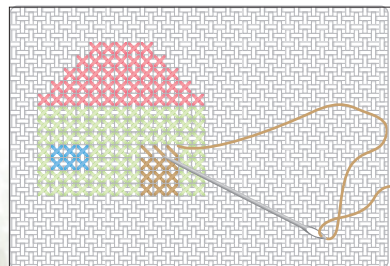
1 등차수열

학습 목표

- 수열의 뜻을 안다.
- 등차수열을 이해하고, 일반항을 구할 수 있다.
- 등차수열의 합을 구할 수 있다.

다 가 서 기 / **십자수 속의 수열**

십자수는 실을 '×' 모양으로 엇갈리게 놓아가며 수를 완성하는 유럽식 생활 수예로, 여기에서 규칙성을 찾아볼 수 있다.

예를 들면 오른쪽 그림과 같이 십자수로 집 모양을 만들 때, 지붕에 있는 '×'의 개수를 일일이 세지 않고도 구할 수 있다.

첫 번째 줄에는 5개의 '×'가 있고, 두 번째 줄부터는 윗줄의 개수에서 2개씩 늘어나므로 각각 7개, 9개, 11개, 13개의 '×'가 있음을 알 수 있다.

따라서 지붕에 있는 '×'의 총 개수는

$$5+7+9+11+13=45(개)$$

이다.

01 수열의 뜻

탐 구 하 기 / 과일 쌓기

귤을 다음 그림과 같은 규칙에 의하여 1단, 2단, 3단, … 으로 쌓을 때, 빈칸에 알맞은 수를 써넣어 보자.

…

구분	1단 무더기	2단 무더기	3단 무더기	4단 무더기	5단 무더기
귤의 개수	1	4	10		

알 아 보 기 / 수열에 대하여 알아보자.

오른쪽 그림과 같이 삼각 김밥을 배열할 때, 맨 위에 있는 것부터 각 층에 있는 삼각 김밥의 개수를 차례로 배열하면 다음과 같다.

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ 9,\ 11 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

한편 1보다 큰 3의 배수를 작은 수부터 차례로 나열하면

$$3,\ 6,\ 9,\ 12,\ 15,\ 18,\ \cdots \qquad \cdots\cdots ㉡$$

이와 같이 어떤 규칙에 따라 차례로 나열된 수의 열을 **수열**이라 하고, 나열된 각 수를 그 수열의 **항**이라고 한다. 이때, 수열 ㉠과 같이 유한개의 항으로 이루어진 수열을 **유한수열**이라 하고, ㉡과 같이 항의 개수가 무한히 많은 수열을 **무한수열**이라고 한다.

수열(數列)을 영어로 sequence, 항(項)을 term이라고 한다.

유한수열에서 항의 개수를 항수, 마지막 항을 끝항이라고 한다.

일반적으로 수열을 나타낼 때에는 각 항의 번호를 붙여

$$a_1,\ a_2,\ a_3,\ \cdots,\ a_n,\ \cdots$$

과 같이 나타낸다. 이때, a_1을 첫째항 또는 제1항, a_2를 둘째항 또는 제2항, …, a_n을 n째항 또는 제n항이라고 한다. 또 이 수열을 간단히

$$\{a_n\}$$

과 같이 나타낸다.

이를테면 수열 ㉠에서 $a_1=1$, $a_2=3$이고 $a_6=11$이다.

수열의 제n항 a_n이 n에 대한 식으로 주어지면 n에 1, 2, 3, ⋯을 차례로 대입하여 그 수열의 모든 항을 구할 수 있다.

이때, 제n항 a_n은 그 수열의 각 항을 일반적으로 나타내고 있으므로 a_n을 수열의 **일반항**이라고 한다.

| **보기** | 일반항이 $a_n=n^2$인 수열의 첫째항부터 제4항까지 구하면

$$a_1=1^2=1,\ a_2=2^2=4,\ a_3=3^2=9,\ a_4=4^2=16$$

함께하기 /

 익힘책 65쪽 | 익힘책 66쪽 | 익힘책 67쪽

1 다음 수열의 규칙을 알아보고, 제7항을 구하여라.

(1) 2, 6, 10, 14, ⋯ (2) 1, 3, 9, 27, ⋯

| **풀이** |

(1) 규칙: **첫째항 2에 차례로 4씩 더하여 나열한다.**

$a_5=14+4=18,\ a_6=18+4=22,\ a_7=22+4=\mathbf{26}$

(2) 규칙: **첫째항 1에 차례로 3씩 곱하여 나열한다.**

$a_5=27\times3=81,\ a_6=81\times3=243,\ a_7=243\times3=\mathbf{729}$

스스로 하기 /

 익힘책 65쪽 | 익힘책 66쪽 | 익힘책 67쪽

1 수열 $\{a_n\}$이 다음과 같을 때, a_4와 a_5를 각각 말하여라.

(1) 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, ⋯

(2) $1,\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{5},\ \frac{1}{7},\ \frac{1}{9},\ \frac{1}{11},\ \cdots$

2 다음 수열의 규칙을 알아보고, 제7항부터 제10항까지 나열하여라.

(1) $1,\ \sqrt{2},\ \sqrt{3},\ 2,\ \sqrt{5},\ \sqrt{6},\ \cdots$

(2) $\frac{1}{2},\ \frac{2}{3},\ \frac{3}{4},\ \frac{4}{5},\ \frac{5}{6},\ \frac{6}{7},\ \cdots$

3 수열 $\{a_n\}$의 일반항이 다음과 같을 때, 첫째항부터 제4항까지 나열하여라.

(1) $a_n=2n-3$ (2) $a_n=n^2+1$

02 등차수열의 뜻

탐 구 하 기 / 점의 개수가 증가하는 규칙

다음에서 점의 개수가 증가하는 규칙을 알아보고, □ 안에 알맞은 그림을 그려 보자.

알 아 보 기 / 등차수열에 대하여 알아보자.

다음은 첫째항 1부터 차례로 일정한 수 2를 더하여 그 다음 항이 만들어진 수열이다.

$$1,\quad 3,\quad 5,\quad 7,\quad 9,\quad \cdots$$

+2 +2 +2 +2

이와 같이 첫째항부터 차례로 일정한 수를 더하여 만들어지는 수열을 **등차수열**이라 하고, 그 일정한 수를 **공차**라고 한다.

따라서 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 모든 항에 대하여

$$a_{n+1}=a_n+d \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

인 관계가 성립한다.

등차수열(等差數列)은 영어로 arithmetic sequence라고 한다.
또 공차(公差)는 common difference라 하고, 보통 d로 나타낸다.

| **보기** | 오른쪽 그림에서 각 줄에 있는 종이컵의 수는 아래부터 차례로 7, 6, 5, 4이므로 첫째항이 7이고 공차가 -1인 등차수열이다.

스 스 로 하 기 /

 익힘책 65쪽 | 익힘책 66쪽 | 익힘책 67쪽

1 다음 수열이 등차수열을 이룰 때, 공차를 구하고 □ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) 8, 12, □, 20, $\cdots$ (2) 10, □, 4, □, $\cdots$

03 등차수열의 일반항

알 아 보 기 / 등차수열의 일반항과 등차중항에 대하여 알아보자.

첫째항이 a이고, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 각 항을 다음과 같이 차례로 쓸 수 있다.

$$a_1=a=a+0d$$
$$a_2=a_1+d=a+1d$$
$$a_3=a_2+d=(a+d)+d=a+2d$$
$$\vdots$$
$$a_n=a_{n-1}+d=\{a+(n-2)d\}+d=a+(n-1)d$$
$$\vdots$$

따라서 등차수열의 일반항은 다음과 같다.

등차수열의 일반항

첫째항이 a이고, 공차가 d인 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=a+(n-1)d$$

| 보기 | (1) 첫째항이 2이고, 공차가 3인 등차수열의 일반항 a_n은

$$a_n=2+(n-1)\times 3=3n-1$$

(2) 수열 100, 96, 92, 88, $\cdots$은 첫째항이 100이고, 공차가 -4인 등차수열이므로 일반항 a_n은

$$a_n=100+(n-1)\times(-4)=-4n+104$$

a, b, c가 등차수열
$\Longleftrightarrow b-a=c-b$
$\Longleftrightarrow 2b=a+c$

한편 세 수 a, b, c가 이 순서대로 등차수열을 이룰 때, b를 a와 c의 **등차중항**이라고 한다. 이때, b가 a와 c의 등차중항이기 위한 필요충분조건은 $2b=a+c$이다.

스 스 로 하 기 /

1 다음 등차수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라. (단, d는 공차이다.)

(1) $a_1=3$, $d=5$ (2) $a_1=2$, $d=-3$

(3) -1, -3, -5, -7, $\cdots$ (4) 1, 7, 13, 19, $\cdots$

함께하기 /

익힘책 65쪽 | 익힘책 66쪽 | 익힘책 67쪽

1 제3항이 -8이고, 제10항이 13인 등차수열의 일반항 a_n을 구하여라.

풀이

첫째항을 a, 공차를 d라고 하면

$a_3=a+2d=-8$ ······ ㉠

$a_{10}=a+9d=13$ ······ ㉡

㉠, ㉡을 연립하여 풀면 $a=-14$, $d=3$

$\therefore a_n=-14+(n-1)\times3=\mathbf{3n-17}$

2 오른쪽 그림과 같은 5단 뜀틀에서 제1단의 상단면의 폭은 40 cm, 제5단의 상단면의 폭은 60 cm이다. 각 단의 상단면의 폭이 서로 등차수열을 이룰 때, 제2, 3, 4단의 상단면의 폭을 구하여라.

풀이

각 단의 상단면의 폭이 등차수열을 이루므로 공차를 d라고 하면

$40,\ 40+d,\ 40+2d,\ 40+3d,\ 40+4d$

$40+4d=60$이므로 $d=5$

따라서 제2, 3, 4단의 상단면의 폭은 각각 **45 cm, 50 cm, 55 cm**이다.

다른 풀이

각 단의 상단면의 폭을 40, a_2, a_3, a_4, 60으로 놓으면

$$a_3=\frac{40+60}{2}=50,\quad a_2=\frac{40+50}{2}=45,\quad a_4=\frac{50+60}{2}=55$$

따라서 제2, 3, 4단의 상단면의 폭은 각각 45 cm, 50 cm, 55 cm이다.

a_1, a_2, a_3, …이 등차수열을 이루면 a_1, a_3, a_5, … 또는 a_2, a_4, a_6, …도 등차수열을 이룬다.

스스로 하기 /

익힘책 65쪽 | 익힘책 66쪽 | 익힘책 67쪽

2 다음을 만족하는 등차수열의 일반항 a_n을 구하여라.

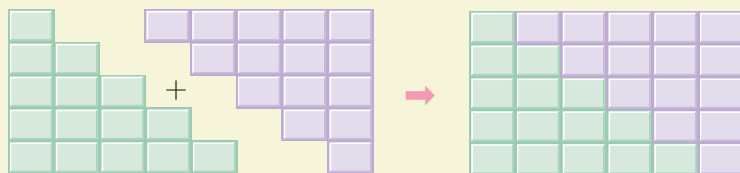
(1) 첫째항이 2이고, 제6항이 22 (2) 제3항이 11이고, 제7항이 35

3 다음 수열이 등차수열을 이루도록 x, y, z의 값을 정하여라.

(1) $3,\ x,\ 15,\ y$ (2) $-3,\ x,\ y,\ z,\ 33$

04 등차수열의 합

탐 구 하 기 / 등차수열의 합을 구하는 방법

다음은 $1+2+3+4+5$의 값을 구하는 한 방법이다.

$$2(1+2+3+4+5)=5\times6 \qquad \therefore 1+2+3+4+5=\frac{5\times6}{2}$$

이와 같은 방법으로 $1+2+3+\cdots+20$의 값을 구하여 보자.

알 아 보 기 / 등차수열의 합을 구하는 공식을 알아보자.

등차수열의 합을 구하는 공식을 유도하여 보자.

첫째항이 a이고, 공차가 d인 등차수열의 제n항을 l이라고 하면 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$a+(a+d)+(a+2d)+\cdots+(l-2d)+(l-d)+l \qquad \cdots\cdots ㉠$$

㉠에서 각 항의 순서를 거꾸로 하여 쓰면

$$l+(l-d)+(l-2d)+\cdots+(a+2d)+(a+d)+a \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠, ㉡을 변끼리 더하면

$$\underbrace{(a+l)+(a+l)+\cdots+(a+l)+(a+l)}_{n\text{개}} \qquad \cdots\cdots ㉢$$

$$=n(a+l)$$

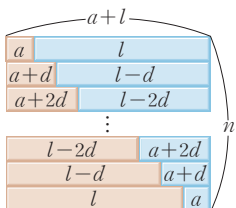
이때, ㉢은 첫째항부터 제n항까지의 합의 2배이다.

따라서 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$\frac{n(a+l)}{2} \qquad \cdots\cdots ㉣$$

이다. 한편 $l=a+(n-1)d$이므로 이것을 ㉣에 대입하여 정리하면 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

등차수열의 합

첫째항이 a, 공차가 d, 제n항이 l인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

$$\frac{n(a+l)}{2}=\frac{n\{2a+(n-1)d\}}{2}$$

| 보기 | (1) 첫째항이 2이고, 제26항이 77인 등차수열의 첫째항부터 제26항까지의 합은

$$\frac{26(2+77)}{2}=1027$$

(2) 첫째항이 -3, 공차가 4이고 항의 개수가 30개인 등차수열의 합은

$$\frac{30\{2\times(-3)+29\times4\}}{2}=1650$$

스스로 하기 /

 익힘책 65쪽 | 익힘책 66쪽 | 익힘책 67쪽

1 다음 등차수열의 합을 구하여라.

(1) 첫째항이 5, 끝항이 35, 항의 개수가 100개인 등차수열

(2) 첫째항이 4, 공차가 -3, 항의 개수가 20개인 등차수열

2 다음 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구하여라.

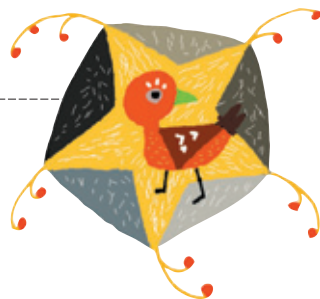
(1) 2, 4, 6, 8, 10, $\cdots$

(2) -2, 1, 4, 7, 10, $\cdots$

3 어느 공연장의 좌석은 첫 번째 줄이 24석이고, 그 다음 줄부터 3석씩 늘어나 15번째 줄까지 배치되어 있다. 이때, 전체 좌석의 수를 구하여라.

2 등비수열

학습 목표

- 등비수열을 이해하고, 일반항을 구할 수 있다.
- 등비수열의 합을 구할 수 있다.

다 가 서 기 / 인구론과 수열

영국의 경제학자인 맬서스(Thomas Robert Malthus ; 1766~1834)는 그의 저서 "인구론"에서 다음과 같이 말하였다.

"생활 수단은 산술급수적으로 증가하지만
인구는 기하급수적으로 증가한다."

어떤 시점에서 세계 인구수가 1억 명이고, 식량도 그들이 먹을 만큼 생산된다고 하자.

맬서스의 인구론에 의하면 한 세대(25년)씩 지남에 따라 인구는

$$1,\ 2,\ 4,\ 8,\ 16,\ \cdots$$

의 비율로 증가하지만 식량은

$$1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ \cdots$$

의 비율로 증가한다.

이렇게 되면 200년 뒤에 인구와 식량의 비율은 256 : 9, 300년 뒤에는 4096 : 13이 된다.

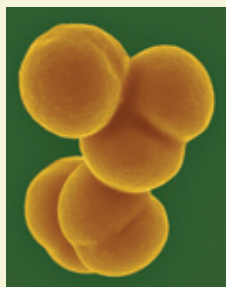
그 이유는 다음 표에서 알 수 있다.

세대	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
인구수(억 명)	1	2	2^2	2^3	2^4	2^5	2^6	2^7	2^8	2^9	2^{10}	2^{11}	2^{12}
식량	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13

"인구론"이 처음 발표되었을 때에는 맬서스의 예측이 거의 정확히 맞았지만 현재에는 그의 예측이 상당히 어긋난다.

이것은 식량의 증가, 인구의 증가에 대한 맬서스의 가정이 현재에는 적합하지 않기 때문이다.

01 등비수열의 뜻

탐 구 하 기 / 세포 분열

어떤 세포는 10분마다 분열하여 그 수가 2배로 증가한다고 한다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 세포 1개가 분열을 시작하여 60분 후에는 몇 개의 세포로 분열되는지 구하여라.
2. 한 개의 세포가 분열하여 어떤 용기를 가득 채우는 데 24시간이 걸린다고 할 때, 그 용기의 절반을 채우는 데 걸리는 시간을 구하여라.

알 아 보 기 / 등비수열에 대하여 알아보자.

다음은 첫째항 1부터 차례로 2를 곱하여 그 다음 항이 만들어진 수열이다.

$$1,\quad 2,\quad 4,\quad 8,\quad 16,\quad \cdots$$

$\times 2$ $\times 2$ $\times 2$ $\times 2$

이와 같이 첫째항부터 차례로 일정한 수를 곱하여 만들어지는 수열을 **등비수열**이라 하고, 그 일정한 수를 **공비**라고 한다.

따라서 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 모든 항에 대하여

$$a_{n+1}=a_n r\ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

인 관계가 성립한다.

등비수열(等比數列)은 영어로 geometric sequence라고 한다.
또 공비(公比)는 common ratio라 하고, 보통 r로 나타낸다.

| 보기 | (1) 수열 $1,\ 3,\ 9,\ 27,\ \cdots$은 첫째항이 1, 공비가 3인 등비수열이다.

(2) 수열 $6,\ 3,\ \frac{3}{2},\ \frac{3}{4},\ \cdots$은 첫째항이 6, 공비가 $\frac{1}{2}$인 등비수열이다.

스 스 로 하 기 /

1 다음 수열이 등비수열을 이룰 때, 공비를 구하고 ☐ 안에 알맞은 수를 써넣어라.

(1) $2,\ -6,\ \square,\ \square,\ \cdots$　　(2) $9,\ \square,\ \square,\ \frac{1}{3},\ \cdots$

02 등비수열의 일반항

알 아 보 기 / 등비수열의 일반항과 등비중항에 대하여 알아보자.

첫째항이 a이고, 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 각 항을 다음과 같이 차례로 쓸 수 있다.

$$a_1=a=ar^0$$
$$a_2=a_1r=ar^1$$
$$a_3=a_2r=(ar)r=ar^2$$
$$\vdots$$
$$a_n=a_{n-1}r=(ar^{n-2})r=ar^{n-1}$$
$$\vdots$$

따라서 등비수열의 일반항은 다음과 같다.

등비수열의 일반항

첫째항이 a이고, 공비가 r인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항 a_n은

$$a_n=ar^{n-1}$$

| 보기 | (1) 첫째항이 3이고, 공비가 4인 등비수열의 일반항 a_n은

$$a_n=3\cdot4^{n-1}$$

(2) 수열 $5,\ -10,\ 20,\ -40,\ \cdots$ 은 첫째항이 5이고, 공비가 -2인 등비수열이므로 일반항 a_n은

$$a_n=5\cdot(-2)^{n-1}$$

한편 0이 아닌 세 수 $a,\ b,\ c$가 이 순서대로 등비수열을 이룰 때, b를 a와 c의 **등비중항**이라고 한다. 이때, b가 a와 c의 등비중항이기 위한 필요충분조건은 $b^2=ac$이다.

$a,\ b,\ c$가 등비수열
$\Longleftrightarrow \frac{b}{a}=\frac{c}{b}$
$\Longleftrightarrow b^2=ac$

스 스 로 하 기 /

익힘책 70쪽 | 익힘책 71쪽 | 익힘책 74쪽

1 다음 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라. (단, r는 공비이다.)

(1) $a_1=3,\ r=3$

(2) $1,\ -\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ -\frac{1}{8},\ \frac{1}{16},\ \cdots$

함 께 하 기 /

익힘책 70쪽 | 익힘책 71쪽 | 익힘책 74쪽

1 각 항이 실수이고, 제2항이 -10, 제5항이 1250인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라.

풀이

첫째항을 a, 공비를 r라고 하면

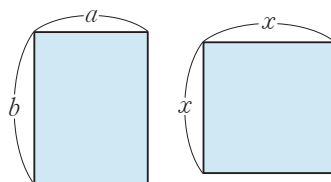
$$a_2=ar=-10 \quad \cdots\cdots ㉠$$

$$a_5=ar^4=1250 \quad \cdots\cdots ㉡$$

㉡÷㉠을 하면 $r^3=-125 \quad \therefore r=-5$

$r=-5$를 ㉠에 대입하면 $-5a=-10 \quad \therefore a=2$

$$\therefore \boldsymbol{a_n=2\cdot(-5)^{n-1}}$$

2 오른쪽 그림과 같이 가로, 세로의 길이가 각각 a와 b인 직사각형이 있다. 이 직사각형과 넓이가 같은 정사각형의 한 변의 길이를 x라고 할 때, x는 a와 b의 등비중항임을 보여라.

증명

$ab=x^2$이므로 $\dfrac{x}{a}=\dfrac{b}{x}$

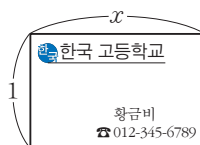
따라서 a, x, b는 이 순서대로 등비수열을 이루므로 x는 a와 b의 등비중항이다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 70쪽 | 익힘책 71쪽 | 익힘책 74쪽

2 각 항이 실수이고, 제3항이 45, 제6항이 1215인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라.

3 가로, 세로의 길이의 비가 $x:1$인 직사각형 모양의 명함에서 1, x, $x+1$이 이 순서대로 등비수열을 이룬다. 이때, 이 수열 1, x, $x+1$의 공비를 구하여라.

이런 종류의 직사각형을 황금직사각형이라고 한다.

03 등비수열의 합

탐 구 하 기 / 등비수열의 합

$S=1+3+3^2+3^3+3^4$일 때, 다음은 S의 값을 구하는 한 방법이다.

$$\begin{array}{rl} 3S= & \quad 3+3^2+3^3+3^4+3^5 \\ -)\ S= & 1+3+3^2+3^3+3^4 \\ \hline 2S= & 3^5-1 \end{array} \Rightarrow S=\frac{3^5-1}{2}=121$$

이와 같은 방법으로 $T=1+2+2^2+2^3+2^4+2^5$일 때, T의 값을 구하여 보자.

알 아 보 기 / 등비수열의 합을 구하는 공식을 알아보자.

첫째항이 a이고, 공비가 r인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 S라고 하면

$$S=a+ar+ar^2+\cdots+ar^{n-2}+ar^{n-1} \qquad \cdots\cdots ㉠$$

㉠의 양변에 r를 곱하면

$$rS=ar+ar^2+ar^3+\cdots+ar^{n-1}+ar^n \qquad \cdots\cdots ㉡$$

㉠에서 ㉡을 변끼리 빼면

$$(1-r)S=a(1-r^n)$$

따라서 $r\neq1$이면 $S=\frac{a(1-r^n)}{1-r}=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$

$r=1$이면 ㉠에서 $S=\underbrace{a+a+a+\cdots+a}_{n\text{개}}=na$

이상을 정리하면 다음과 같다.

등비수열의 합

첫째항이 a이고, 공비가 r인 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은

(i) $r\neq1$일 때, $\frac{a(1-r^n)}{1-r}=\frac{a(r^n-1)}{r-1}$

(ii) $r=1$일 때, na

등비수열의 합을 구할 때
$r>1$이면 $\frac{a(r^n-1)}{r-1}$
$r<1$이면 $\frac{a(1-r^n)}{1-r}$
을 이용하면 편리하다.

함 께 하 기 /

익힘책 70쪽 | 익힘책 71쪽 | 익힘책 74쪽

1 $2+2^2+2^3+\cdots+2^{10}$의 값을 구하여라.

풀이

첫째항이 2이고, 공비가 2인 등비수열의 첫째항부터 제10항까지의 합이므로

$$2+2^2+2^3+\cdots+2^{10}=\frac{2(2^{10}-1)}{2-1}=2(2^{10}-1)=\mathbf{2046}$$

2 각 항이 실수이고, 첫째항부터 제3항까지의 합이 21, 첫째항부터 제6항까지의 합이 189인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라.

풀이

첫째항을 a, 공비를 r라 하고, 첫째항부터 제3항까지의 합을 T, 첫째항부터 제6항까지의 합을 S라고 하면

$$T=\frac{a(r^3-1)}{r-1}=21,\ S=\frac{a(r^6-1)}{r-1}=189$$

S를 변형하면

$$\frac{a(r^6-1)}{r-1}=\frac{a(r^3-1)(r^3+1)}{r-1}=189 \qquad \cdots\cdots ㉠$$

T를 ㉠에 대입하면

$$21(r^3+1)=189,\ r^3+1=9 \qquad \therefore r^3=8$$

그런데 r는 실수이므로 $\quad r=2$

$r=2$를 T에 대입하면 $\quad 7a=21 \qquad \therefore a=3$

$$\therefore \boldsymbol{a_n=3\cdot 2^{n-1}}$$

스 스 로 하 기 /

익힘책 70쪽 | 익힘책 71쪽 | 익힘책 74쪽

1 다음 등비수열의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구하여라.

(1) $3,\ 6,\ 12,\ 24,\ 48,\ \cdots$ (2) $1,\ -3,\ 9,\ -27,\ 81,\ \cdots$

(3) $\frac{1}{2},\ \frac{1}{4},\ \frac{1}{8},\ \frac{1}{16},\ \frac{1}{32},\ \cdots$ (4) $1,\ \sqrt{2},\ 2,\ 2\sqrt{2},\ 4,\ \cdots$

2 공비가 자연수이고, 첫째항부터 제2항까지의 합이 10, 첫째항부터 제4항까지의 합이 170인 등비수열 $\{a_n\}$의 일반항을 구하여라.

새로 나온 용어와 기호
수열, 항, 유한수열, 무한수열, 일반항, 등차수열, 공차, 등차중항, 등비수열, 공비, 등비중항, a_n, $\{a_n\}$

등차수열

이해

1 다음 등차수열의 공차와 일반항을 구하여라.

(1) $-1,\ 1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots$　　(2) $10,\ 7,\ 4,\ 1,\ -2,\ \cdots$

등차수열의 합

이해

2 다음 등차수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합을 구하여라.

(1) $a_3=-5,\ a_9=43$　　(2) $a_{10}=61,\ a_1+a_2+\cdots+a_{10}=340$

등비수열

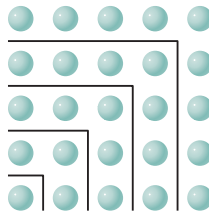
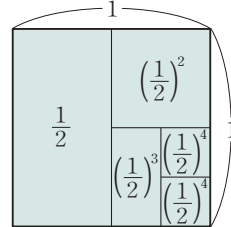
이해

3 다음 등비수열의 공비와 일반항을 구하여라.

(1) $1,\ \sqrt{3},\ 3,\ 3\sqrt{3},\ 9,\ \cdots$　　(2) $1,\ -\frac{1}{3},\ \frac{1}{9},\ -\frac{1}{27},\ \frac{1}{81},\ \cdots$

등비수열의 합

계산

4 다음 그림을 보고, 물음에 답하여라.

| 그림 1 |

| 그림 2 |

(1) | 그림 1 |을 이용하여 $1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$임을 설명하여라.

(2) | 그림 2 |를 이용하여 $\frac{1}{2}+\left(\frac{1}{2}\right)^2+\left(\frac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(\frac{1}{2}\right)^n=1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$임을 설명하여라.

장면 묘사 기법

문제 해결

5 만화 영화에서 어떤 인물이 사라지는 장면을 묘사하기 위하여 그림의 넓이를 한 번에 50 %씩 줄여 간다고 한다. 처음 그림의 넓이를 10 cm^2라고 할 때, 8번째 그림의 넓이를 구하여라.

2 수열의 합

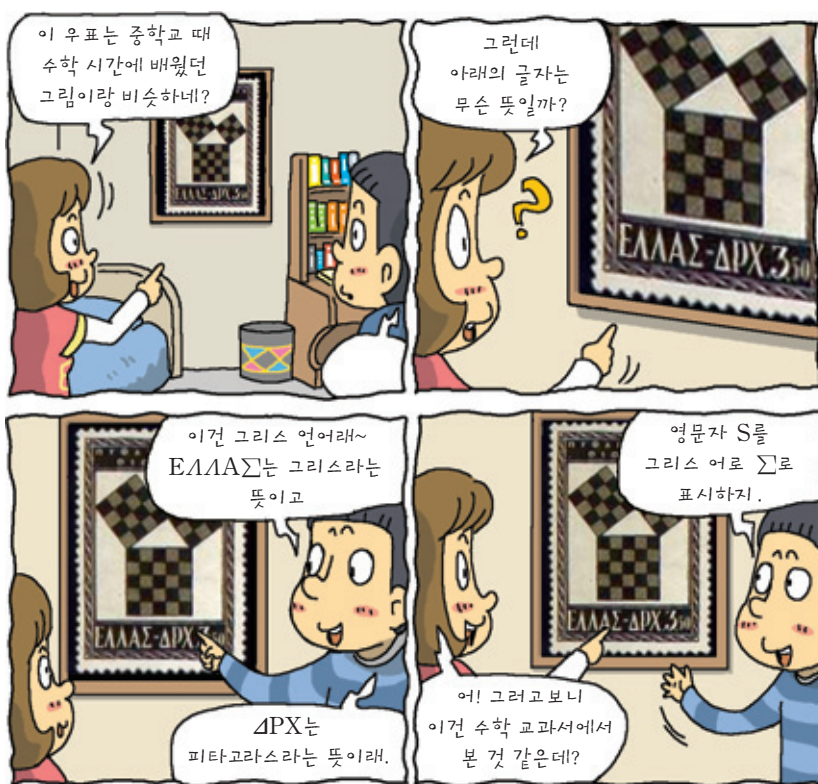
이 단원을 배우면

- 수열의 합을 구할 수 있다.
- 수열을 활용하여 실생활에 관련된 문제를 해결할 수 있다.

1 수열의 합과 그 활용

학습 목표

- ∑의 뜻과 성질을 이해한다.
- 계차수열을 이해한다.
- 수열을 활용하여 실생활의 문제를 해결할 수 있다.

다 가 서 기 / **우표 속의 수학 기호**

수학의 특징 중 하나는 기호를 사용하여 길고 복잡한 문장을 간결하게 전달한다는 것이다. 일반적으로 수학 기호는 알파벳이나 이를 변형한 특수한 문자를 사용한다.

오른쪽 그림은 1955년 그리스에서 발행한 우표이다. 이 우표에 있는 글자에서도 우리는 앞으로 배우게 될 수학 기호를 발견할 수 있다.

01 합의 기호 $\sum$

탐 구 하 기 / 수열의 합 나타내기

일반항이 다음과 같은 수열에서 첫째항부터 제5항까지의 합을 각각 덧셈으로 나타내어 보자.

1. $a_n=3n$　　　　2. $b_n=n^2$

알 아 보 기 / $\sum$의 뜻을 알아보자.

기호 $\sum$는 영어 sum의 첫 글자 s에 해당하는 그리스 알파벳의 대문자로서 '시그마(sigma)'라고 읽는다.

수열 $\{a_n\}$의 첫째항부터 제n항까지의 합 $a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n$은 기호 $\sum$를 사용하여 다음과 같이 간단하게 나타낸다.

$$a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n=\sum_{k=1}^{n} a_k$$

이때, k 대신에 i 또는 j 등의 다른 문자를 써서 $\sum_{i=1}^{n} a_i$, $\sum_{j=1}^{n} a_j$와 같이 나타낼 수도 있다.

즉, $\sum_{k=1}^{n} a_k$에서 기호 $\sum_{k=1}^{n}$는 a_k의 k에 1, 2, 3, $\cdots$, n을 차례로 대입하여 얻은 항 a_1, a_2, a_3, $\cdots$, a_n의 합을 뜻한다.

| 보기 | (1) $1+2+3+\cdots+n=\sum_{l=1}^{n} l$　　(2) $3+6+9+\cdots+3n=\sum_{i=1}^{n} 3i$

(3) $\sum_{k=1}^{n} 4=\underbrace{4+4+4+\cdots+4}_{n\text{개}}$　　(4) $\sum_{k=1}^{n} 2^{k-1}=1+2+4+\cdots+2^{n-1}$

스 스 로　하 기 /

1 다음 식을 기호 $\sum$를 사용하여 나타내어라.

(1) $1+4+7+\cdots+28$　　(2) $1+3+3^2+\cdots+3^{n-1}$

2 다음을 기호 $\sum$를 사용하지 않은 합의 꼴로 나타내어라.

(1) $\sum_{k=1}^{10}(3k+1)$　　(2) $\sum_{k=1}^{10} 2^k$　　(3) $\sum_{k=1}^{5} k^4$

알 아 보 기 / $\sum$의 성질을 알아보자.

두 수열 $\{a_n\}$, $\{b_n\}$과 상수 c에 대하여

$$[1]\ \sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=(a_1+b_1)+(a_2+b_2)+(a_3+b_3)+\cdots+(a_n+b_n)$$
$$=(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n)+(b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n)$$
$$=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$$

$$[2]\ \sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=(a_1-b_1)+(a_2-b_2)+(a_3-b_3)+\cdots+(a_n-b_n)$$
$$=(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n)-(b_1+b_2+b_3+\cdots+b_n)$$
$$=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$$

$$[3]\ \sum_{k=1}^{n}ca_k=ca_1+ca_2+ca_3+\cdots+ca_n$$
$$=c(a_1+a_2+a_3+\cdots+a_n)=c\sum_{k=1}^{n}a_k$$

$$[4]\ \sum_{k=1}^{n}c=\underbrace{c+c+c+\cdots+c}_{n\text{개}}=cn$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

$\sum$의 기본 성질

[1] $\sum_{k=1}^{n}(a_k+b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k+\sum_{k=1}^{n}b_k$

[2] $\sum_{k=1}^{n}(a_k-b_k)=\sum_{k=1}^{n}a_k-\sum_{k=1}^{n}b_k$

[3] $\sum_{k=1}^{n}ca_k=c\sum_{k=1}^{n}a_k$ (단, c는 상수)

[4] $\sum_{k=1}^{n}c=cn$ (단, c는 상수)

스 스 로 하 기 /

 익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

3 $\sum_{k=1}^{10}a_k=100$, $\sum_{k=1}^{10}b_k=120$일 때, 다음 식의 값을 구하여라.

(1) $\sum_{k=1}^{10}(-3a_k+50)$

(2) $\sum_{k=1}^{10}(2a_k-3b_k)$

02 자연수의 거듭제곱의 합

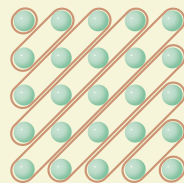
탐 구 하 기 / 도형을 이용하여 자연수의 합 구하기

오른쪽 도형을 이용하면

$$1+2+3+4+5+4+3+2+1$$

의 값이 $5^2=25$임을 알 수 있다. 같은 방법으로

$$1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1$$

을 계산하여 보자.

알 아 보 기 / 자연수의 거듭제곱의 합을 구하는 공식을 알아보자.

첫째항이 1이고, 공차가 1일 때, 첫째항부터 제n항까지의 합은

$\frac{n\{2\cdot1+(n-1)\cdot1\}}{2}$

$=\frac{n(n+1)}{2}$

$(a+b)^3$
$=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$

등차수열의 합의 공식을 이용하면 다음이 성립한다.

$$1+2+3+\cdots+n=\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)}{2}$$

이제 자연수의 거듭제곱의 합, 즉 $\sum_{k=1}^{n}k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2$을 구하여 보자.

항등식 $(k+1)^3-k^3=3k^2+3k+1$의 k에 1, 2, 3, $\cdots$, n을 각각 대입하면

$k=1$일 때, $2^3-1^3=3\cdot1^2+3\cdot1+1$

$k=2$일 때, $3^3-2^3=3\cdot2^2+3\cdot2+1$

$k=3$일 때, $4^3-3^3=3\cdot3^2+3\cdot3+1$

$\vdots$ $\vdots$

$k=n$일 때, $(n+1)^3-n^3=3n^2+3n+1$

이 등식들을 변끼리 더하여 정리하면

$$(n+1)^3-1^3=3(1^2+2^2+\cdots+n^2)+3(1+2+\cdots+n)+(\underbrace{1+1+\cdots+1}_{n\text{개}})$$

$$=3\sum_{k=1}^{n}k^2+3\cdot\frac{n(n+1)}{2}+n$$

$$\therefore \sum_{k=1}^{n}k^2=\frac{1}{3}\left\{(n+1)^3-3\cdot\frac{n(n+1)}{2}-n-1\right\}$$

$$=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

일반적으로 자연수의 거듭제곱의 합은 다음과 같다.

자연수의 거듭제곱의 합

(1) $\sum_{k=1}^{n} k=1+2+3+\cdots+n=\frac{n(n+1)}{2}$

(2) $\sum_{k=1}^{n} k^2=1^2+2^2+3^2+\cdots+n^2=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

(3) $\sum_{k=1}^{n} k^3=1^3+2^3+3^3+\cdots+n^3=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2$

함 께 하 기 /

 익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

1 다음을 구하여라.

(1) $\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)$　　(2) $\sum_{k=1}^{n}k(k^2+2)$

풀이

(1) $\sum_{k=1}^{n}(k^2+k)=\sum_{k=1}^{n}k^2+\sum_{k=1}^{n}k=\frac{n(n+1)(2n+1)}{6}+\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n(n+1)}{2}\left(\frac{2n+1+3}{3}\right)=\boldsymbol{\frac{n(n+1)(n+2)}{3}}$

(2) $\sum_{k=1}^{n}k(k^2+2)=\sum_{k=1}^{n}(k^3+2k)=\sum_{k=1}^{n}k^3+2\sum_{k=1}^{n}k$

$=\left\{\frac{n(n+1)}{2}\right\}^2+2\cdot\frac{n(n+1)}{2}$

$=\frac{n(n+1)}{4}\{n(n+1)+4\}=\boldsymbol{\frac{n(n+1)(n^2+n+4)}{4}}$

스 스 로 하 기 /

   익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

1 다음 합을 구하여라.

(1) $1^2+2^2+3^2+\cdots+10^2$　　(2) $1^3+2^3+3^3+\cdots+10^3$

(3) $6+7+8+\cdots+15$　　(4) $6^2+7^2+8^2+\cdots+15^2$

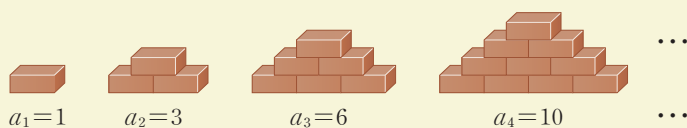
2 다음 합을 구하여라.

(1) $\sum_{k=1}^{n}(k^2-2k)$　　(2) $\sum_{k=1}^{n}k^2(k+1)$

03 계차수열의 뜻과 활용

탐 구 하 기 / 벽돌 쌓기

다음 그림과 같은 벽돌 쌓기의 각 단계에 있는 벽돌의 개수를 a_n이라고 할 때, 물음에 답하여 보자.

$a_1=1$ $a_2=3$ $a_3=6$ $a_4=10$ …

1. a_5와 a_6을 각각 구하여라.
2. 수열 $\{a_n\}$에서 a_n과 a_{n+1} 사이의 관계를 말하여라.

알 아 보 기 / 계차수열의 뜻을 알아보자.

다음과 같은 수열 $\{a_n\}$에서 이웃하는 두 항의 차는 등차수열을 이룬다.

$\{a_n\}$: 1, 3, 6, 10, 15, 21, …

2, 3, 4, 5, 6, …

이와 같이 수열이 어떤 규칙에 의하여 만들어져 있는지를 알아보기 위하여 이웃한 두 항의 차를 구하여 조사하는 경우가 있다.

수열 a_1, a_2, a_3, …, a_n, … 에 대하여 b_n을 다음과 같이 정의하자.

$$b_n=a_{n+1}-a_n \ (n=1,\ 2,\ 3,\ \cdots)$$

이때, 수열 $\{b_n\}$을 주어진 수열 $\{a_n\}$의 **계차수열**이라고 한다.

계차수열(階差數列)을 영어로 sequence of difference라고 한다.

1, 4, 9, 16, 25, …
3, 5, 7, 9, …

| 보기 | (1) 수열 1, 4, 9, 16, 25, …의 계차수열은 3, 5, 7, 9, …이므로 첫째항이 3이고, 공차가 2인 등차수열이다.

(2) 수열 5, 6, 8, 12, 20, 36, …의 계차수열은 1, 2, 4, 8, 16, …이므로 첫째항이 1이고, 공비가 2인 등비수열이다.

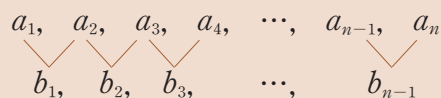
스 스 로 하 기 / 익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

1 다음 수열의 계차수열을 구하여라.

(1) 1, 2, 7, 16, 29, … (2) 2, 7, 32, 157, 782, …

알 아 보 기 / 계차수열을 이용하여 수열의 일반항을 알아보자.

수열 $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라고 하면

$$b_1=a_2-a_1$$
$$b_2=a_3-a_2$$
$$b_3=a_4-a_3$$
$$\vdots$$
$$b_{n-1}=a_n-a_{n-1}$$

이들을 변끼리 더하면

$$b_1+b_2+\cdots+b_{n-1}=a_n-a_1$$

$$\therefore a_n=a_1+b_1+b_2+\cdots+b_{n-1}=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k \ (\text{단, } n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

계차수열과 수열의 일반항

수열 $\{a_n\}$의 계차수열을 $\{b_n\}$이라고 하면

$$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k \ (\text{단, } n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

| 보기 | 수열 $\{a_n\}$이 3, 4, 7, 12, 19, $\cdots$일 때, 이 수열의 계차수열을 $\{b_n\}$이라고 하면 수열 $\{b_n\}$은

$$1,\ 3,\ 5,\ 7,\ \cdots$$

즉, $b_n=2n-1$이므로

$$a_n=3+\sum_{k=1}^{n-1}(2k-1)=3+2\cdot\frac{(n-1)n}{2}-(n-1)$$
$$=n^2-2n+4 \ (n=2,\ 3,\ 4,\ \cdots)$$

그런데 이것은 $n=1$일 때에도 성립하므로

$$a_n=n^2-2n+4$$

$\{a_n\}$: 3, 4, 7, 12, 19, $\cdots$
$\{b_n\}$: 1, 3, 5, 7, $\cdots$
이므로 계차수열 $\{b_n\}$은 첫째항이 1, 공차가 2인 등차수열이다.

$a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k$는 일반적으로 $n\geq2$일 때 성립하므로 $n=1$일 때에도 성립하는지 확인해야 한다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

2 다음 수열의 일반항 a_n을 구하여라.

(1) 1, 3, 8, 16, 27, 41, $\cdots$ (2) 1, 1, 2, 4, 7, 11, $\cdots$

(3) 2, 3, 5, 9, 17, 33, $\cdots$ (4) -1, 0, 3, 12, 39, 120, $\cdots$

04 원리합계

알 아 보 기 / 단리법에 의한 원리합계를 계산하여 보자.

은행에 돈을 저축하면 저축 기간과 이율에 따라 이자를 받는다. 또 돈을 빌렸을 때에도 빌린 기간과 이율에 따라 이자를 지불해야 한다.

이때, 저축하거나 빌린 금액을 원금이라 하고, 원금과 이자의 합계를 **원리합계**라고 한다.

이자를 계산하는 방법에는 단리법과 복리법이 있다.

단리법은 처음의 원금에 대해서만 이자를 계산하는 방법이다. 단리법에 의한 이자와 원리합계는 다음과 같다.

(이자)
=(원금)×(이율)×(기간)
(원리합계)
=(원금)+(이자)

단리법에 의한 이자와 원리합계

원금을 P, 이율을 i, 기간을 n이라고 할 때, 단리법에 의한 이자 I와 원리합계 S는

$$I=P\times i\times n$$
$$S=P+I=P(1+i\times n)$$

함 께 하 기 /

익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

1 원금 1,000,000원을 연이율 4 %의 단리로 3년 동안 예금하였을 때, 이자와 원리합계를 구하여라.

풀이

이자는 $1{,}000{,}000\times0.04\times3=120{,}000$(원)

원리합계는 $1{,}000{,}000+120{,}000=1{,}120{,}000$(원)

스 스 로 하 기 /

익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

1 원금 2,000,000원을 월이율 0.5 %의 단리로 10개월 동안 예금하였을 때, 원리합계를 구하여라.

알 아 보 기 / 복리법에 의한 원리합계를 계산하여 보자.

복리법은 일정 기간 동안에 발생한 이자와 처음 원금을 더한 원리합계가 다음 기간의 원금이 되어 이자를 계산하는 방법이다.

일반적으로 원금 P를 연이율 r의 복리로 n년 동안 예금하면

$$
\begin{aligned}
(1\text{년 후의 원리합계}) &= P+Pr=P(1+r)\\
(2\text{년 후의 원리합계}) &= P(1+r)+P(1+r)r\\
&= P(1+r)(1+r)=P(1+r)^2\\
(3\text{년 후의 원리합계}) &= P(1+r)^2+P(1+r)^2r\\
&= P(1+r)^2(1+r)=P(1+r)^3\\
&\vdots\\
(n\text{년 후의 원리합계}) &= P(1+r)^n
\end{aligned}
$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

복리법에 의한 원리합계의 계산

원금을 P, 이율을 r, 기간을 n이라고 할 때, 복리법에 의한 원리합계 S는

$$S=P(1+r)^n$$

이율이 연이율로 주어지면 이자 계산도 연단위로 하고, 이율이 월이율로 주어지면 이자 계산도 월단위로 한다.

| 보기 | 원금 1,000,000원을 연이율 5 %의 복리로 3년 동안 예금하였을 때의 원리합계는

$$1{,}000{,}000\times(1+0.05)^3=1{,}157{,}625(\text{원})$$

이다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 81쪽 | 익힘책 83쪽 | 익힘책 84쪽

2 3,000,000원을 연이율 6 %의 복리로 5년 동안 예금하였을 때, 원리합계를 구하여라. (단, 계산값은 반올림하여 원 단위로 구한다.)

3 2,500,000원을 6개월마다 4 %의 복리로 4년 동안 예금하였을 때, 원리합계를 구하여라. (단, 계산값은 반올림하여 원 단위로 구한다.)

모 둠 학 습

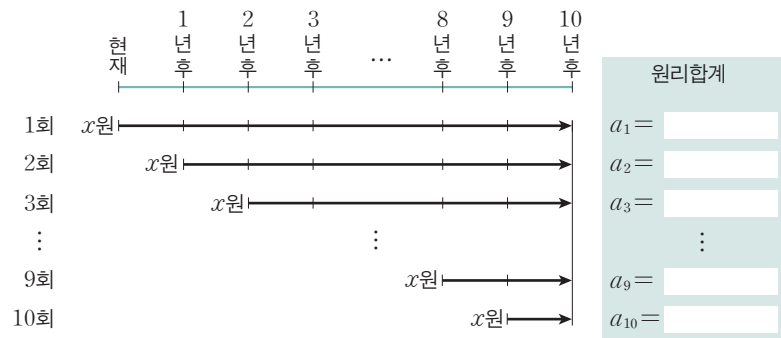
*각 모둠별로 토론하여 모둠 과제를 해결한 후, 발표자가 그 결과를 발표해 보세요.

- **학습 목표_** 수열을 이용하여 적립금을 계산할 수 있다.
- **학습 방법_** 수열을 이용하여 각 모둠 과제를 해결한다.
- **모둠의 구성_** 각자가 속한 모둠에 대하여 다음 표에 적어 보자.

모둠 이름	모둠 인원: 명 으뜸이: 발표자:
	모둠 구성원 이름:

| 모둠 과제 | 매년 초에 일정한 금액을 적립하여 10년 후에 벤처 기업의 창업 자금으로 1억 원을 마련하려고 한다. 연이율 5 %의 복리로 계산할 때, 매년 얼마씩 적립해야 하는지 구하여 보자.

(단, $1.05^{10}=1.63$으로 계산한다.)

❶ 매회의 적립금을 x원이라고 할 때, x원에 대한 10년 후, 9년 후, ⋯, 1년 후의 원리합계를 차례로 a_1, a_2, ⋯, a_{10}이라고 하자. 이때, 이들을 각각 구하여 빈칸에 써넣어라.

❷ ❶에서 구한 a_1, a_2, a_3, ⋯, a_{10}의 합 $S=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_{10}$을 x로 나타내어라.

❸ $S=100,000,000$을 만족하는 x의 값을 구하여라.

(단, 소수 첫째 자리에서 반올림하여 계산한다.)

합의 기호 $\sum$

계산

1 다음을 합의 기호 $\sum$를 사용하여 나타내어라.

(1) $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{20}$

(2) $1+3+5+7+9+\cdots+99$

자연수의 거듭제곱의 합

계산

2 다음 합을 구하여라.

(1) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+10\cdot11$

(2) $1\cdot3+2\cdot5+3\cdot7+\cdots+20\cdot41$

(3) $1\cdot20+2\cdot19+3\cdot18+\cdots+20\cdot1$

계차수열

계산

3 다음 수열의 일반항을 구하여라.

(1) 3, 6, 10, 15, 21, 28, $\cdots$

(2) 2, 3, 6, 15, 42, 123, $\cdots$

원리합계

문제 해결

4 다음을 구하여라.

(1) 연이율 6 %의 단리로 3년 동안 예금하였을 때의 이자가 720,000원이었을 때, 원금을 구하여라.

(2) 원금 2,000,000원을 연이율 6 %의 복리로 3년 동안 예금하였을 때, 원리합계를 구하여라.

원리합계

의사소통

5 10,000,000원의 목돈을 마련하기 위하여 월 불입금 100,000원, 월이율 0.5 %, 매달 복리로 계산하는 적금에 가입하려고 한다. 다음을 구하여라.

(단, 계산값은 반올림하여 원 단위로 구한다.)

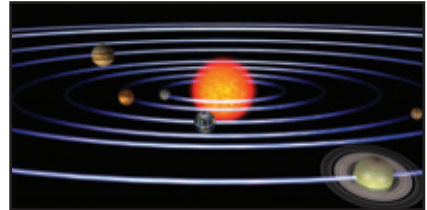
(1) 2달 후의 원리합계를 구하여라.

(2) 10달 후의 원리합계를 구하여라.

(3) 10,000,000원이 넘는 것은 몇 번 불입한 후인지 구하여라.

수열로 찾은 행성_ 티티우스 수열

국제 천문 연맹(IAU)은 2006년 8월 24일 IAU 총회에서 태양계 안에 있는 천체에 국한하여 행성을 다음과 같이 정의하였다.

1. 태양 주위를 돈다.
2. 충분한 질량을 가져서 정역학적 평형을 이루며, 구형에 가까운 형태를 가지고 있다.
3. 주변 궤도의 천체에서 지배적인 위치를 차지한다.

이 조건을 모두 만족하는 태양계의 행성은 수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성, 천왕성, 해왕성의 여덟 개이다. 그러나 이전까지 행성으로 분류되었던 명왕성은 세 번째 조건을 만족하지 못하여 행성이 아닌 왜소행성으로 분류되었다.

이와 같은 행성을 찾는 데 수열이 이용된 역사가 있다.

1766년 독일의 천문학자 티티우스(Titius)는 그때까지 발견된 행성인 수성, 금성, 지구, 화성, 목성, 토성과 태양 사이의 거리에 대한 일정한 규칙을 발견하였다.

즉, 지구와 태양과의 거리를 10으로 했을 때 당시까지 알려진 6개 행성과 태양과의 거리는 수성은 4, 금성은 7, 화성은 15, 목성은 52, 토성은 95이었다. 이를 바탕으로 다음과 같은 '티티우스 수열'을 생각하였다.

$$4,\ 7,\ 10,\ 16,\ 28,\ 52,\ 100,\ 196,\ 388,\ 772,\ \cdots$$

1781년 3월 13일 영국의 윌리엄 허셀은 티티우스 수열에서 196에 해당하는 새로운 행성인 천왕성을 발견하였다. 실제 거리는 195로 측정되었다.

1801년 1월 1일 이탈리아 천문학자 피아치는 티티우스 수열에서 28의 위치에 있는 왜소행성 세레스(Ceres)를 발견하였다.

1848년에 독일의 요한 갈레는 거리가 301인 해왕성을 발견하고, 1930년에 미국의 클라이드 톰보는 거리가 395인 명왕성을 발견하였다.

이와 같이 티티우스 수열은 정확한 것은 아니지만 행성을 찾는 데 도움이 되었다.

티티우스 수열	4	7	10	16	28	52	100	196	388	772
태양에서 행성까지의 평균 거리	4	7	10	15	28	52	95	195	301	395
해당 행성	수성	금성	지구	화성	세레스 (왜소 행성)	목성	토성	천왕성	해왕성	명왕성 (왜소 행성)

IV 확률과 통계

복잡하고 방대한 자료를 과학적으로 정리하고 분석하여 미래를 예측할 때, 확률과 통계가 널리 사용된다. 예를 들어 과거의 자료 및 구름 사진 등과 같은 기상 자료를 바탕으로 다가올 날씨를 예측할 수 있다. 또 표본조사를 통해 상품의 불량률을 알아볼 수 있으며 여론 조사를 통해 대중의 의견을 파악하여 합리적으로 의사 결정을 할 수 있다.

단원을 시작하기 전에 …

집합의 연산

1 두 집합 $A=\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$, $B=\{2, 4, 6, 8\}$에 대하여 다음을 구하여라.

(1) $A\cup B$　　(2) $A\cap B$　　(3) $A-B$

여집합의 뜻

2 전체집합 $U=\{n|n$은 10 이하의 자연수$\}$에 대하여 집합 $A=\{1, 2, 4, 8\}$의 여집합 A^C을 구하여라.

순열과 조합

3 다음 값을 구하여라.

(1) ${}_8\mathrm{P}_2$　　(2) ${}_8\mathrm{C}_2$

확률의 뜻

4 정십이면체로 만들어진 주사위의 각 면에 1부터 12까지의 수가 적혀 있다. 이 주사위를 던져서 윗면에 나오는 수를 조사할 때, 다음을 구하여라.

(1) 홀수가 나올 확률　　(2) 3의 배수가 나올 확률

평균, 표준편차

5 다음은 어느 학생의 5번의 수학 시험 점수이다. 이 학생의 수학 시험 점수의 평균과 표준편차를 구하여라.

85, 81, 88, 89, 82

1

확률과 그 활용

이 단원을 배우면

• 확률의 뜻을 알 수 있다.

• 확률의 기본 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

1 확률의 뜻과 기본 성질

1 확률의 뜻과 기본 성질

학습 목표

- 확률의 뜻을 안다.
- 확률의 기본 성질을 이해하고, 이를 활용할 수 있다.

다 가 서 기 / **상금의 배분**

확률론에 대한 연구는 프랑스의 드 메레(de Méré, C.)가 그의 친구이자 수학자인 파스칼(Pascal, B. ; 1623~1662)에게 질문한 다음의 물음에서 시작되었다.

"실력이 같은 두 사람이 내기를 하여 먼저 3번을 이기는 사람이 상금을 다 가져가기로 하였다. 그런데 두 사람이 각각 2번과 1번을 이긴 상태에서 내기가 중단되었다. 상금을 어떻게 나누어야 할까?"

파스칼은 이 문제를 해결하기 위하여 페르마(Fermat, P. ; 1601~1665)와 편지를 주고받았고, 이러한 노력은 확률론의 기초 확립에 이바지하였다.

01 시행의 뜻

탐 구 하 기 / 같은 조건에서 반복 가능한 실험이나 관찰

다음은 우리 생활 주변에서 찾을 수 있는 여러 가지 실험 또는 관찰이다. 조건을 같게 하여 몇 번이고 반복할 수 있는 실험 또는 관찰을 찾아보자.

(1) 개구리를 해부하여 심장의 박동을 조사한다.
(2) 윷을 던져서 도, 개, 걸, 윷, 모가 나오는 횟수를 조사한다.
(3) 어떤 회사에서 생산된 형광등의 수명 시간을 조사한다.
(4) 여러 곳의 밭에 품종별로 옥수수를 심고, 그 수확량을 조사한다.

알 아 보 기 / 시행의 뜻을 알아보자.

주사위 또는 동전을 던지거나 제비를 뽑는 경우와 같이 같은 조건에서 몇 번이고 반복할 수 있으며 그 결과가 우연에 의해서 정해지는 실험이나 관찰을 시행이라고 한다.

어떤 시행에서 일어날 수 있는 모든 결과의 집합을 표본공간이라 하고, 표본공간의 부분집합을 사건이라고 한다. 또 표본공간 S의 부분집합 중에서 한 개의 원소로 이루어진 사건을 근원사건이라고 한다.

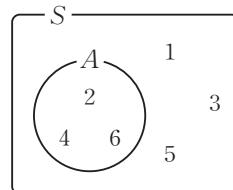
한 개의 주사위를 던져서 윗면에 나오는 눈의 수를 관찰하는 것은 시행이다. 특별한 언급이 없는 한, '주사위를 던져서 윗면에 나오는 눈의 수를 관찰하는 시행'을 간단히 '주사위를 던지는 시행'으로 쓴다.

| 보기 | 한 개의 주사위를 던지는 시행에서 표본공간 S는

$S=\{1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5,\ 6\}$

이 시행의 근원사건은

$\{1\},\ \{2\},\ \{3\},\ \{4\},\ \{5\},\ \{6\}$

한편 짝수의 눈이 나오는 사건을 A라 고 하면 $A=\{2,\ 4,\ 6\}$

스 스 로 하 기 /

한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 표본공간 S를 구하여라. 또 서로 다른 면이 나오는 사건 A를 구하여라.

(단, 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T로 나타낸다.)

02 수학적 확률

탐 구 하 기 / 주사위 던지기

한 개의 주사위를 던지는 시행에서 다음 물음에 답하여 보자.

1. 나오는 눈의 수를 모두 구하여라.
2. 나오는 눈의 수가 짝수인 경우를 구하여라.
3. 나오는 눈의 수가 짝수일 확률을 구하여라.

알 아 보 기 / 수학적 확률의 의미를 알아보자.

한 개의 주사위를 던지는 시행에서 어떤 눈이 나올지 정확하게 예측할 수는 없다. 그러나 나오는 눈의 수는 1, 2, 3, 4, 5, 6 중에서 어느 하나이므로 각 눈이 나올 가능성은 모두 $\frac{1}{6}$이라고 할 수 있다.

이와 같이 어떤 시행에서 사건 A가 일어날 가능성을 수로 나타낸 것을 사건 A의 확률이라 하고, 이것을 기호로

$$\mathrm{P}(A)$$

와 같이 나타낸다.

P(A)의 P는 확률을 뜻하는 Probability의 첫 글자이다.

일반적으로 어떤 시행의 표본공간 S가 n개의 근원사건으로 이루어져 있고, 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대될 때, 사건 A가 r개의 근원사건으로 이루어져 있으면 사건 A가 일어날 확률 P(A)를

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{r}{n}$$

와 같이 정의하고, 이것을 **수학적 확률**이라고 한다.

$n(A)$는 사건 A의 근원사건의 개수이다.

특별한 언급이 없는 한, 동전의 앞면을 H, 뒷면을 T로 나타낸다.

| 보기 | 한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 앞면을 H, 뒷면을 T라고 하면 표본공간 S는

$$S=\{(\mathrm{H},\ \mathrm{H}),\ (\mathrm{H},\ \mathrm{T}),\ (\mathrm{T},\ \mathrm{H}),\ (\mathrm{T},\ \mathrm{T})\}$$

이때, 두 번 모두 앞면이 나오는 사건을 A라고 하면

$$A=\{(\mathrm{H},\ \mathrm{H})\}$$

이므로 사건 A의 수학적 확률은

$$\mathrm{P}(A)=\frac{n(A)}{n(S)}=\frac{1}{4}$$

함 께 하 기 /

익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

1 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 나오는 눈의 수의 합이 9가 될 확률을 구하여라.

풀이

한 개의 주사위를 두 번 던지는 시행에서 표본공간 S는

$S=\{(1,\ 1),\ (1,\ 2),\ \cdots,\ (6,\ 5),\ (6,\ 6)\}$

이므로 $n(S)=36$

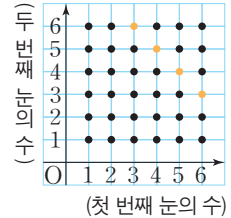
또 나오는 눈의 합이 9인 사건을 A라고 하면

$A=\{(3,\ 6),\ (4,\ 5),\ (5,\ 4),\ (6,\ 3)\}$

이므로 $n(A)=4$

따라서 구하는 확률은 $\mathrm{P}(A)=\dfrac{n(A)}{n(S)}=\dfrac{4}{36}=\mathbf{\dfrac{1}{9}}$

(두 번째 눈의 수) (첫 번째 눈의 수)

한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 일어날 수 있는 모든 경우의 수는
$6\times6=36$(가지)

2 남학생 2명과 여학생 3명이 한 줄로 설 때, 남학생 2명이 이웃하게 될 확률을 구하여라.

풀이

전체 학생 5명이 한 줄로 서는 경우의 수는 $5!$가지

남학생 2명을 하나로 묶어서 1명으로 생각하면, 4명이 한 줄로 서는 경우의 수는 $4!$가지, 이 줄 각각에 대하여 남학생 2명이 자리를 바꾸는 경우의 수는 $2!$가지이므로 남학생 2명이 이웃하게 되는 경우의 수는 $4!\times2!$가지

따라서 구하는 확률은 $\dfrac{4!\times2!}{5!}=\mathbf{\dfrac{2}{5}}$

스 스 로 하 기 /

익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

1 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 나오는 눈의 수의 합이 3의 배수일 확률

(2) 나오는 눈의 수의 차가 2일 확률

2 파란색 볼펜 세 자루, 검은색 볼펜 네 자루, 빨간색 볼펜 세 자루 중 임의로 볼펜 세 자루를 뽑을 때, 빨간색 볼펜이 한 자루 뽑힐 확률을 구하여라.

03 통계적 확률

탐 구 하 기 / 동전 던지기에서 앞면이 나오는 사건의 상대도수

한 개의 동전을 다음 표에 나타난 횟수만큼 던져 보고, 앞면이 나온 횟수와 그 상대도수 및 상대도수와 $\frac{1}{2}$의 차를 구하여 표를 완성하여 보자.

던진 횟수(n)	10	20	30	40	50	60	80	100
앞면이 나온 횟수(r)								
상대도수$\left(\frac{r}{n}\right)$								
상대도수와 $\frac{1}{2}$의 차								

알 아 보 기 / 통계적 확률의 의미를 알아보자.

수학적 확률은 각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대된다는 가정 하에 정의하였지만, 자연현상이나 사회현상 중에는 각 근원사건이 같은 정도로 일어나지 않는 경우가 흔히 있다.

이와 같은 경우는 시행을 여러 번 반복함으로써 어떤 사건이 일어나는 전체적인 경향을 알아볼 수 있다.

일반적으로 어떤 시행을 n번 반복할 때 사건 A가 r_n번 일어난다고 하자.

이때, n을 한없이 크게 함에 따라 상대도수 $\frac{r_n}{n}$이 일정한 값 p에 가까워지면 p를 사건 A가 일어날 **통계적 확률**이라고 한다.

통계적 확률을 경험적 확률이라고도 한다.

그러나 실제로는 시행 횟수 n을 한없이 크게 할 수가 없으므로 시행 횟수 n이 충분히 클 때의 상대도수를 보통 그 사건의 통계적 확률로 본다.

한편 어떤 사건 A가 일어날 수학적 확률이 p일 때, 시행 횟수를 충분히 크게 하면 사건 A가 일어나는 상대도수는 수학적 확률 p에 가까워짐이 알려져 있다.

| 보기 | 어떤 윷을 1000번 던져서 모가 27번 나왔다면, 이 윷을 한 번 던질 때 모가 나올 통계적 확률은 $\frac{27}{1000}$로 본다.

함 께 하 기 /

 익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

생명표
한 나라의 국민을 대상으로 사망 상황을 관찰하여 연령별, 인구별, 남녀별, 직업별 따위로 분류하여 생존율, 사망률 등을 나타낸 통계표이다.

1 오른쪽 표는 2006년에 우리나라에서 출생한 남녀 각 10만 명당 나이에 따른 생존자 수를 조사하여 나타낸 것이다. 다음을 구하여라.

(단, 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

(1) 40세의 남자가 앞으로 40년간 생존할 확률

(2) 60세의 여자가 앞으로 20년간 생존할 확률

| 표 1 |

나이 \ 성별	남자(명)	여자(명)
0	100000	100000
20	99029	99247
40	97352	98348
60	87632	94748
80	45216	68921

풀이

(1) 40세의 남자 97352명이 80세에는 45216명이 되므로 구하는 확률은

$$\frac{45216}{97352}=0.464\cdots\fallingdotseq\mathbf{0.46}$$

(2) 60세의 여자 94748명이 80세에는 68921명이 되므로 구하는 확률은

$$\frac{68921}{94748}=0.727\cdots\fallingdotseq\mathbf{0.73}$$

스 스 로 하 기 /

 익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

1 함께하기 **1**의 | 표 1 | 에서 다음을 구하여라.

(단, 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

(1) 20세의 남자가 앞으로 40년간 생존할 확률

(2) 20세의 여자가 앞으로 60년간 생존할 확률

2 2007년 우리나라의 신생아의 수는 496710명이었고, 이 중 쌍둥이의 수는 13537명이었다. 신생아가 쌍둥이로 태어날 확률을 구하여라.

(단, 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

생명표, 출산 현황 등의 자료 찾아보기

생명표, 출산 현황 등은 통계청 홈페이지나 국가 통계 포털(KOSIS) 홈페이지에서 알아볼 수 있다.
- http://www.nso.go.kr
- http://www.kosis.kr

04 확률의 기본 성질

탐 구 하 기 / 자판기에서 음료수 뽑기

자판기에 700원, 1000원, 1500원짜리 음료수가 들어 있다. 각 음료수를 택하는 버튼의 수가 같을 때, 다음을 구하여 보자.

1. 500원을 넣고 임의로 버튼을 한 번 누를 때, 음료수가 나올 확률
2. 1000원을 넣고 임의로 버튼을 한 번 누를 때, 음료수가 나올 확률
3. 2000원을 넣고 임의로 버튼을 한 번 누를 때, 음료수가 나올 확률

알 아 보 기 / 확률의 기본 성질을 알아보자.

어떤 시행에서 임의의 사건 A는 표본공간 S의 부분집합이므로

$$0 \le n(A) \le n(S)$$

따라서 $0 \le \dfrac{n(A)}{n(S)} \le 1$이므로 확률의 정의에 의하여 $\quad 0 \le \mathrm{P}(A) \le 1$

반드시 일어나는 사건을 전사건이라 하고, 절대로 일어나지 않는 사건을 공사건이라고 한다.

특히 반드시 일어나는 사건 S에 대하여 $\quad \mathrm{P}(S) = \dfrac{n(S)}{n(S)} = 1$

또 절대로 일어나지 않는 사건 $\varnothing$에 대하여 $\quad \mathrm{P}(\varnothing) = \dfrac{n(\varnothing)}{n(S)} = 0$

이상을 정리하면 다음과 같다.

확률의 기본 성질

(1) 임의의 사건 A에 대하여 $\quad 0 \le \mathrm{P}(A) \le 1$

(2) 반드시 일어나는 사건 S에 대하여 $\quad \mathrm{P}(S) = 1$

(3) 절대로 일어나지 않는 사건 $\varnothing$에 대하여 $\quad \mathrm{P}(\varnothing) = 0$

스 스 로 하 기 /

 익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

1 어른 2명과 어린이 3명이 앉아 있는 의자에서 동시에 3명을 일어나게 할 때, 다음을 구하여라.

(1) 어린이가 3명 이하로 일어날 확률 (2) 어른이 3명 일어날 확률

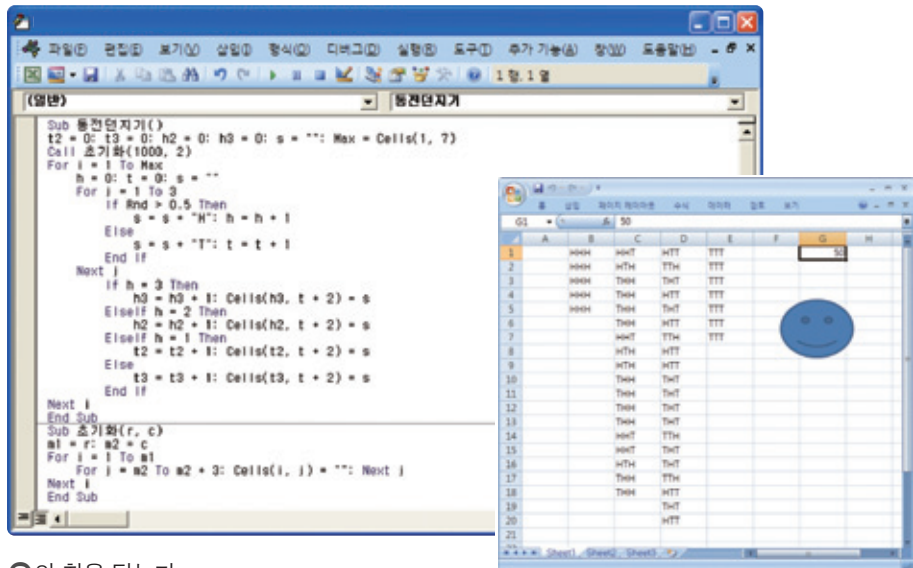
동전 던지기 모의실험

컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 동전 3개를 동시에 50번 던지는 시행을 모의실험하여 보자.

❶ 메뉴 표시줄에서 [삽입] - [도형]을 클릭하고, 도형 하나(☺)를 클릭한 후 마우스 끌기를 하여 도형을 만든다.

❷ ❶에서 만든 도형 위에 커서를 놓고, 마우스의 오른쪽 버튼을 눌러 [매크로 지정]을 선택하여 클릭한다.

❸ 매크로 이름란에 '동전던지기'를 입력하고, [새로 만들기]를 클릭하면 새로운 창이 뜬다. 여기에 다음 그림과 같이 입력한다.

```
Sub 동전던지기()
t2 = 0: t3 = 0: h2 = 0: h3 = 0: s = "": Max = Cells(1, 7)
Call 초기화(1000, 2)
For i = 1 To Max
    h = 0: t = 0: s = ""
    For j = 1 To 3
        If Rnd > 0.5 Then
            s = s + "H": h = h + 1
        Else
            s = s + "T": t = t + 1
        End If
    Next j
        If h = 3 Then
            h3 = h3 + 1: Cells(h3, t + 2) = s
        ElseIf h = 2 Then
            h2 = h2 + 1: Cells(h2, t + 2) = s
        ElseIf h = 1 Then
            t2 = t2 + 1: Cells(t2, t + 2) = s
        Else
            t3 = t3 + 1: Cells(t3, t + 2) = s
        End If
Next i
End Sub
Sub 초기화(r, c)
m1 = r: m2 = c
For i = 1 To m1
    For j = m2 To m2 + 3: Cells(i, j) = "": Next j
Next i
End Sub
```

❹ ❸의 창을 닫는다.

❺ 셀 G1에 '50'을 입력한 후 ❶에서 만든 도형을 누르면 모의실험 결과가 나온다.
이때, H는 동전의 앞면을, T는 동전의 뒷면을 나타낸다.

논술/수행평가 과제

1. 위의 실험에서 앞면이 2개, 뒷면이 1개 나올 통계적 확률을 구하고, 수학적 확률과 통계적 확률의 차를 구하여 보자.

2. 위의 프로그램을 이용하여 동전 3개를 100번, 200번, 500번 던지는 시행을 모의실험하여 HHH, HTH, HTT, TTT의 4가지 사건이 일어날 통계적 확률을 각각 구하고, 수학적 확률과의 차를 구하여 보자.

05 확률의 활용

알 아 보 기 / 확률의 덧셈정리에 대하여 알아보자.

각 근원사건이 일어날 가능성이 모두 같은 정도로 기대되는 표본공간 S의 임의의 두 사건 A, B에 대하여

$$n(A\cup B)=n(A)+n(B)-n(A\cap B)$$

가 성립하므로 사건 $A\cup B$가 일어날 확률은 다음과 같다.

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(A\cup B)&=\frac{n(A\cup B)}{n(S)}\\&=\frac{n(A)}{n(S)}+\frac{n(B)}{n(S)}-\frac{n(A\cap B)}{n(S)}\\&=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)\end{aligned}$$

특히 두 사건 A, B가 $A\cap B=\varnothing$이면 $\mathrm{P}(A\cap B)=0$이므로

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

확률의 덧셈정리

(1) 두 사건 A, B에 대하여

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)-\mathrm{P}(A\cap B)$$

(2) 두 사건 A, B가 $A\cap B=\varnothing$이면

$$\mathrm{P}(A\cup B)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(B)$$

두 사건 A, B가 서로 확률적으로 영향을 미치지 않으면 $\mathrm{P}(A\cap B)=\mathrm{P}(A)\times\mathrm{P}(B)$

스 스 로 하 기 /

 익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

1 어느 마을에서 포도를 재배하는 가구는 전체의 $\frac{3}{5}$, 배를 재배하는 가구는 전체의 $\frac{1}{2}$이고, 포도와 배를 모두 재배하는 가구는 전체의 $\frac{1}{5}$이다. 이 마을에서 한 가구를 임의로 뽑을 때, 그 가구가 포도 또는 배를 재배할 확률을 구하여라.

2 붉은 공 4개와 검은 공 6개가 들어 있는 상자에서 3개의 공을 동시에 꺼낼 때, 3개가 모두 같은 색일 확률을 구하여라.

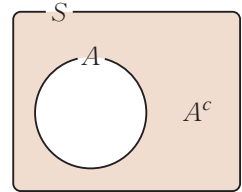
알 아 보 기 / 사건 A에 대하여 A^C이 일어날 확률에 대하여 알아보자.

사건 A에 대하여 A가 일어나지 않는 사건을 A의 여사건이라 하고, 기호로 A^C과 같이 나타낸다.

이제 사건 A^C의 확률을 구하여 보자.

$A\cup A^C=S$, $A\cap A^C=\varnothing$이므로 다음이 성립한다.

$$\mathrm{P}(S)=\mathrm{P}(A\cup A^C)=\mathrm{P}(A)+\mathrm{P}(A^C)=1$$

$$\therefore \mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A)$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

> 임의의 사건 A에 대하여
> $$\mathrm{P}(A^C)=1-\mathrm{P}(A),\ \mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)$$

함 께 하 기 /

익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

1 4명의 남자와 3명의 여자 중 2명의 대표를 뽑을 때, 적어도 1명은 여자일 확률을 구하여라.

풀이

적어도 1명이 여자일 사건을 A라고 하면 A^C은 여자가 1명도 없는 사건, 즉 대표 2명이 모두 남자일 사건이므로

$$\mathrm{P}(A^C)=\frac{{}_4\mathrm{C}_2}{{}_7\mathrm{C}_2}=\frac{2}{7}$$

따라서 2명의 대표를 뽑을 때, 적어도 1명은 여자일 확률은

$$\mathrm{P}(A)=1-\mathrm{P}(A^C)=1-\frac{2}{7}=\mathbf{\frac{5}{7}}$$

스 스 로 하 기 /

익힘책 93쪽 | 익힘책 94쪽 | 익힘책 95쪽

3 흰색 초콜릿 3개와 밤색 초콜릿 7개가 들어 있는 상자에서 3개의 초콜릿을 동시에 꺼낼 때, 적어도 1개가 흰색 초콜릿일 확률을 구하여라.

수학적 확률

이해

1 어느 CD에는 동요 4곡을 포함하여 10곡의 노래가 수록되어 있다. 이 중 3곡을 임의로 택하여 들을 때, 다음을 구하여라.

(1) 1곡이 동요일 확률 (2) 3곡이 동요일 확률

통계적 확률

이해

2 어느 지역에서 주민 5만 명 중 625명이 환경 보호 단체의 회원이라고 한다. 이 지역 주민 1명을 임의로 뽑을 때, 그 사람이 환경 보호 단체의 회원일 확률을 구하여라.

확률의 계산

계산

3 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 다음을 구하여라.

(1) 두 번 모두 같은 눈이 나올 확률

(2) 두 눈의 합이 4의 배수일 확률

(3) 두 눈의 차가 3일 확률

(4) 두 눈의 합이 3 이상일 확률

여사건의 확률

의사소통

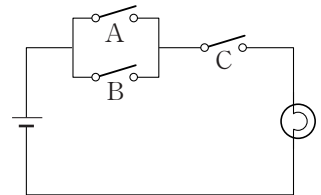
4 어떤 모임에 참석한 10명 중 세 명의 혈액형이 A형이라고 한다. 이들 중 두 명을 임의로 뽑을 때, 다음을 구하여라.

(1) 두 명이 모두 A형일 확률

(2) 적어도 한 명이 A형일 확률

전구에 불이 켜질 확률

문제 해결

5 오른쪽 그림과 같이 독립적으로 작동하는 세 개의 스위치 A, B, C가 전구에 연결되어 있다. 스위치 A, B, C가 꺼질 확률이 각각 0.2, 0.3, 0.4일 때, 전구에 불이 켜질 확률을 구하여라.

2 통계와 그 활용

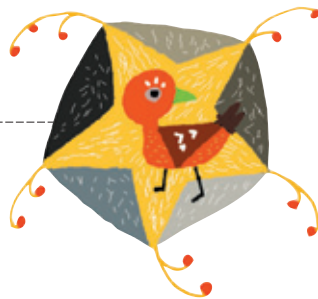
이 단원을 배우면

- 확률변수와 확률분포의 뜻을 알 수 있다.
- 기댓값과 분산을 구할 수 있다.
- 이항분포의 뜻을 이해하고, 실생활 문제 해결에 이를 활용할 수 있다.
- 정규분포의 뜻과 그 성질을 이해할 수 있다.
- 간단한 통계 조사의 결과를 해석할 수 있다.

1 확률변수와 확률분포
2 이항분포
3 정규분포
4 통계 조사와 그 활용

1 확률변수와 확률분포

학습 목표

- 확률변수의 뜻을 안다.
- 확률분포의 뜻을 안다.

다 가 서 기 / **로또 1등 당첨 확률**

로또(Lotto)는 1971년 6월 미국의 뉴저지 주에서 시작되어 전 세계에 퍼졌다. 우리나라에는 2002년 12월에 처음으로 로또가 발매되었으며, 그 형식은 45개의 수 중에서 6개를 맞히면 1등이 되는 6/45이다.

로또에서 번호 4개, 5개가 일치할 확률은 각각 $\frac{11115}{8145060}$, $\frac{234}{8145060}$이다.

01 확률변수의 뜻

탐 구 하 기 / 동전을 세 번 던질 때, 앞, 뒷면 조사하기

한 개의 동전을 세 번 던지는 시행에서 앞면을 H, 뒷면을 T로 나타내자. 표본공간을 S라고 할 때, 다음 ☐ 안에 알맞은 것을 써넣어 보자.

H

T

$S=\{$TTT, TTH, THT, HTT, ☐, ☐, ☐, ☐$\}$

알 아 보 기 / 확률변수의 뜻을 알아보자.

한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 앞면이 나오는 횟수를 X라고 하면 표본공간 S의 각 원소

$$\text{TT, TH, HT, HH}$$

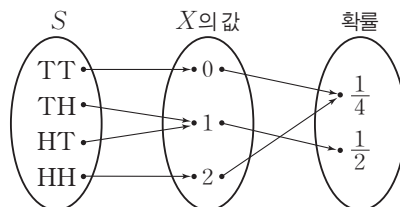
에 대응하는 X의 값은 각각

$$0,\quad 1,\quad 1,\quad 2$$

이다. 즉, X는 0, 1, 2 중에서 한 값을 가지는 변수이고 X의 각 값에 대응하는 확률은 각각 $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{4}$이다.

S	X의 값	확률
TT	0	$\frac{1}{4}$
TH, HT	1	$\frac{1}{2}$
HH	2	$\frac{1}{4}$

$X=0 \Longleftrightarrow \{\text{TT}\}$
$X=1 \Longleftrightarrow \{\text{HT, TH}\}$
$X=2 \Longleftrightarrow \{\text{HH}\}$

이와 같이 어떤 시행의 결과에 따라 표본공간의 각 원소에 하나의 실수값을 대응시켜 주는 것을 **확률변수**라고 한다.

확률변수를 생각함으로써 표본공간을 수량화할 수 있다.

| 참고 | 확률변수는 표본공간을 정의역으로 하고, 실수 전체의 집합을 공역으로 하는 함수이다. 그러나 변수의 역할을 하므로 '확률변수' 라고 부른다.

스 스 로 하 기 / 익힘책 101쪽 | 익힘책 102쪽 | 익힘책 103쪽

1 한 개의 동전을 네 번 던지는 시행에서 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 할 때, X가 가지는 값을 구하여라.

02 확률분포

알 아 보 기 / 확률변수의 확률분포를 알아보자.

X가 무한개의 값을 가질 때에도 확률변수가 되는 경우가 있지만 여기에서는 유한개의 값을 가지는 경우만을 다루기로 한다.

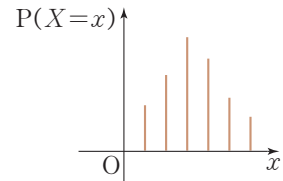
확률변수는 보통 대문자 X, Y, Z, $\cdots$로 나타내고, 확률변수가 가지는 값은 소문자 x, y, z, $\cdots$ 또는 x_1, x_2, x_3, $\cdots$으로 나타낸다.

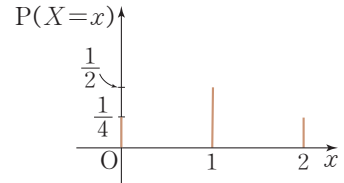
확률변수 X가 가질 수 있는 값이 x_1, x_2, $\cdots$, x_n이고 X가 이 값들을 가질 확률이

$$\mathrm{P}(X=x_i)=p_i \ (i=1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

일 때, x_1, x_2, $\cdots$, x_n과 p_1, p_2, $\cdots$, p_n과의 대응 관계를 확률변수 X의 **확률분포**라고 한다.

또 확률변수 X의 확률분포를 표나 그래프로 나타내면 다음과 같다. 그래프로 나타낼 때에는 보통 선 그래프를 사용한다.

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$	x_n	합계
$\mathrm{P}(X=x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$	p_n	1

| 보기 | 한 개의 동전을 두 번 던지는 시행에서 앞면이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 할 때, X의 확률분포를 표와 그래프로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	0	1	2	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	1

일반적으로 확률분포에 대하여 다음이 성립한다.

확률분포의 성질

(1) $\mathrm{P}(X=x_i)=p_i\geq 0$ (단, $i=1,\ 2,\ \cdots,\ n$)

(2) $\displaystyle\sum_{i=1}^{n} p_i=1$

(3) $\mathrm{P}(x_i\leq X\leq x_j)=\displaystyle\sum_{k=i}^{j} p_k$ (단, $i,\ j=1,\ 2,\ \cdots,\ n$이고 $i\leq j$이다.)

함 께 하 기 /

익힘책 101쪽 | 익힘책 102쪽 | 익힘책 103쪽

1 남학생 5명과 여학생 3명으로 구성되어 있는 어떤 정보 경시 팀에서 임의로 3명의 대표를 선발할 때, 선발되는 여학생의 수를 확률변수 X라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) X의 확률분포를 표와 그래프로 나타내어라.

(2) 여학생이 2명 이상 선발될 확률을 구하여라.

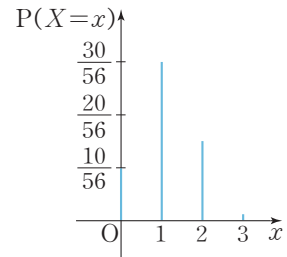
풀이

(1) 확률변수 X가 가지는 값은 0, 1, 2, 3이므로 그 각각의 확률을 구하면

$$P(X=0)=\frac{{}_5C_3\times{}_3C_0}{{}_8C_3}=\frac{10}{56},\ P(X=1)=\frac{{}_5C_2\times{}_3C_1}{{}_8C_3}=\frac{30}{56}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_5C_1\times{}_3C_2}{{}_8C_3}=\frac{15}{56},\ P(X=3)=\frac{{}_5C_0\times{}_3C_3}{{}_8C_3}=\frac{1}{56}$$

따라서 X의 확률분포를 표와 그래프로 나타내면 각각 다음과 같다.

X	0	1	2	3	합계
$P(X=x)$	$\frac{10}{56}$	$\frac{30}{56}$	$\frac{15}{56}$	$\frac{1}{56}$	1

(2) 여학생이 2명 이상 선발되는 것은 $X\geq 2$인 경우이므로 그 확률은

$$\begin{aligned}P(X\geq 2)&=P(X=2)+P(X=3)\\&=\frac{15}{56}+\frac{1}{56}\\&=\frac{16}{56}=\mathbf{\frac{2}{7}}\end{aligned}$$

스 스 로 하 기 /

익힘책 101쪽 | 익힘책 102쪽 | 익힘책 103쪽

1 한 개의 주사위를 두 번 던지는 시행에서 나오는 눈의 수의 합을 확률변수 X라고 하자. 다음 물음에 답하여라.

(1) 확률변수 X의 확률분포를 표와 그래프로 나타내어라.

(2) 나오는 눈의 수의 합이 5 이상 7 이하일 확률을 구하여라.

(3) 나오는 눈의 수의 합이 3 이상일 확률을 구하여라.

03 평균, 분산 및 표준편차

탐 구 하 기 / 최선의 선택

오른쪽 표는 세 가지의 동전 던지기 게임에 대한 상금을 적은 것이다. 이를테면 게임 1은 한 개의 동전을 던져서 앞면이 나오면 1000원을 받고, 뒷면이 나오면 1000원을 주는 것이다. 세 가지의 게임 중 각자 하고 싶은 게임을 택하고, 택한 이유를 말하여 보자.

게임	앞면	뒷면
게임 1	+1000원	−1000원
게임 2	+5000원	−5000원
게임 3	+3000원	−2000원

알 아 보 기 / 확률변수의 기댓값(평균), 분산 및 표준편차를 알아보자.

상금(원)	복권 수(장)
10000	1
5000	5
1000	55
0	39
합계	100

오른쪽 표와 같이 상금이 걸린 100장의 복권에서 상금의 평균은

$$\frac{10000\times1+5000\times5+1000\times55+0\times39}{100}$$

$$=900(\text{원}) \qquad \cdots\cdots ㉠$$

이다. 여기서 복권 한 장에 대한 상금을 확률변수 X라고 할 때, ㉠의 좌변은 X의 각 값과 그에 대응하는 확률을 곱하여 더한 것과 같다. 즉

X	$\mathrm{P}(X=x)$
10000	$\frac{1}{100}$
5000	$\frac{5}{100}$
1000	$\frac{55}{100}$
0	$\frac{39}{100}$
합계	1

$$10000\times\frac{1}{100}+5000\times\frac{5}{100}+1000\times\frac{55}{100}+0\times\frac{39}{100}=900(\text{원})$$

이때, 상금의 평균 900원은 복권 1장을 살 때 상금으로 기대할 수 있는 값이다.

확률변수 X의 확률분포가 다음 표와 같이 주어졌다고 하자.

X	x_1	x_2	$\cdots$	x_i	$\cdots$	x_n	합계
$\mathrm{P}(X=x_i)$	p_1	p_2	$\cdots$	p_i	$\cdots$	p_n	1

이때, $x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i$를 확률변수 X의 **기댓값** 또는 평균이라 하고, 기호로

$$\mathrm{E}(X)$$

와 같이 나타낸다.

기댓값 $\mathrm{E}(X)$의 E는 Expectation의 첫 글자이다.

혼동이 없을 때는 $\mathrm{E}(X)$를 간단히 m으로 쓴다. 이때, m은 mean의 첫 글자이다.

분산 $\mathrm{V}(X)$의 V는 Variance의 첫 글자이다.

$\sum_{i=1}^{n} x_i p_i = m$, $\sum_{i=1}^{n} p_i = 1$

표준편차 σ(sigma)는 standard deviation의 첫 글자 s에 해당하는 그리스 문자이다.

도수분포에서 변량이 평균을 중심으로 흩어져 있는 정도를 나타내는 산포도로서 분산과 표준편차를 생각하였다. 마찬가지로 확률분포에서도 확률변수의 분산과 표준편차를 생각할 수 있다.

일반적으로 확률변수 X의 기댓값을 $\mathrm{E}(X)=m$이라고 하면 $(X-m)^2$은

$$(x_1-m)^2,\ (x_2-m)^2,\ \cdots,\ (x_n-m)^2$$

의 값을 가지는 확률변수로서, X가 m으로부터 떨어진 정도를 나타낸다.

이때, $(X-m)^2$의 기댓값을 확률변수 X의 **분산**이라 하고, 기호로

$$\mathbf{V}(X)$$

와 같이 나타낸다.

확률변수 X의 확률분포가 $\mathrm{P}(X=x_i)=p_i\ (i=1,\ 2,\ 3,\ \cdots,\ n)$일 때, 확률변수 X의 분산 $\mathrm{V}(X)$는 다음과 같이 계산한다.

$$\begin{aligned}\mathrm{V}(X)&=\mathrm{E}((X-m)^2)\\&=\sum_{i=1}^{n}(x_i-m)^2p_i\\&=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-2m\sum_{i=1}^{n}x_ip_i+m^2\sum_{i=1}^{n}p_i\\&=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-2m^2+m^2\\&=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i-m^2\\&=\mathrm{E}(X^2)-m^2\end{aligned}$$

또 분산 $\mathrm{V}(X)$의 양의 제곱근을 확률변수 X의 **표준편차**라 하고, 기호로

$$\boldsymbol{\sigma}(X)$$

와 같이 나타낸다. 즉

$$\sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}$$

이다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

확률변수 X의 평균, 분산 및 표준편차

(1) 평균 $\quad \mathrm{E}(X)=x_1p_1+x_2p_2+\cdots+x_np_n=\sum_{i=1}^{n}x_ip_i=m$

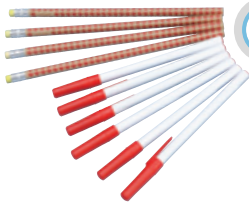
(2) 분산 $\quad \mathrm{V}(X)=(x_1-m)^2p_1+\cdots+(x_n-m)^2p_n$

$$=x_1^2p_1+\cdots+x_n^2p_n-m^2$$

$$=\mathrm{E}(X^2)-m^2$$

(3) 표준편차 $\quad \sigma(X)=\sqrt{\mathrm{V}(X)}$

함 께 하 기 /

익힘책 101쪽 | 익힘책 102쪽 | 익힘책 103쪽

1 볼펜 6자루와 연필 4자루 중 임의로 2자루를 고를 때, 그중 연필의 수를 확률변수 X라고 하자. 이때, X의 평균, 분산 및 표준편차를 구하여라.

풀이

확률변수 X가 가질 수 있는 값은 0, 1, 2이고 그 확률은

$$P(X=0)=\frac{{}_6C_2\times{}_4C_0}{{}_{10}C_2}=\frac{15}{45}=\frac{1}{3}$$

$$P(X=1)=\frac{{}_6C_1\times{}_4C_1}{{}_{10}C_2}=\frac{24}{45}=\frac{8}{15}$$

$$P(X=2)=\frac{{}_6C_0\times{}_4C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{6}{45}=\frac{2}{15}$$

확률변수 X의 확률분포는 다음 표와 같다.

X	0	1	2	합계
$P(X=x)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{8}{15}$	$\frac{2}{15}$	1

여기서 확률변수 X의 평균 $E(X)$는

$$E(X)=0\times\frac{1}{3}+1\times\frac{8}{15}+2\times\frac{2}{15}=\mathbf{\frac{4}{5}}$$

$E(X^2)=\sum_{i=1}^{n}x_i^2p_i$

한편 $E(X^2)=0^2\times\frac{1}{3}+1^2\times\frac{8}{15}+2^2\times\frac{2}{15}=\frac{16}{15}$이므로 확률변수 X의 분산 $V(X)$와 표준편차 $\sigma(X)$는

$$V(X)=E(X^2)-m^2=\frac{16}{15}-\left(\frac{4}{5}\right)^2=\mathbf{\frac{32}{75}}$$

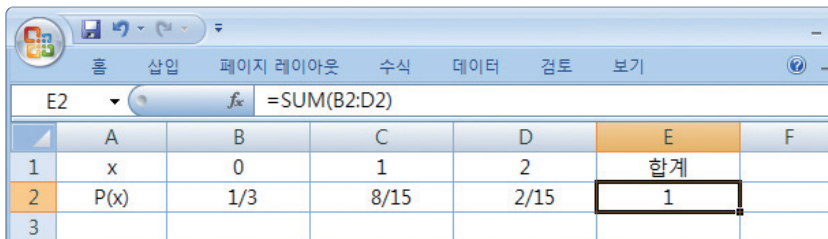
$$\sigma(X)=\sqrt{V(X)}=\sqrt{\frac{32}{75}}=\mathbf{\frac{4\sqrt{6}}{15}}$$

스 스 로 하 기 /

익힘책 101쪽 | 익힘책 102쪽 | 익힘책 103쪽

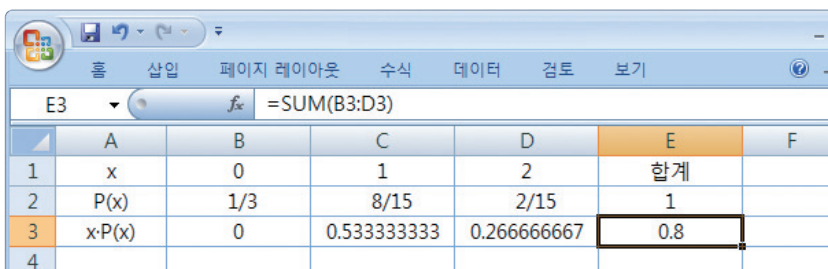
1 확률변수 X의 확률분포가 다음 표와 같을 때, X의 평균, 분산 및 표준편차를 각각 구하여라.

X	-2	-1	0	1	2	합계
$P(X=x)$	0.1	0.2	0.35	0.3	0.05	1

2 세 개의 동전을 던져서 앞면이 나오는 개수를 확률변수 X라고 할 때, X의 평균, 분산 및 표준편차를 구하여라.

공학 도구

컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 확률변수의 평균, 분산 및 표준편차 구하기

컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 120쪽의 함께하기 **1**에 주어진 확률변수의 평균과 분산을 다음과 같이 구할 수 있다.

1. 확률분포를 입력하여 보자.

❶ A1 셀에 확률변수 'x'를 입력하고, B1, C1, D1 셀에 확률변수 X가 가지는 값을 각각 입력한다. 또 E1 셀에 '합계'를 입력한다.

❷ A2 셀에 확률변수 '$\mathrm{P}(x)$'를 입력하고, B2, C2, D2 셀에 각각의 확률을 입력한다. 또 B2～D2 셀을 마우스 끌기를 하여 영역을 선택한 후 수식 메뉴의 자동 합계($\sum$) 아이콘을 클릭하면 E2 셀에 SUM(B2:D2), 즉 1이 계산된다.

홈 삽입 페이지 레이아웃 수식 데이터 검토 보기

E2 =SUM(B2:D2)

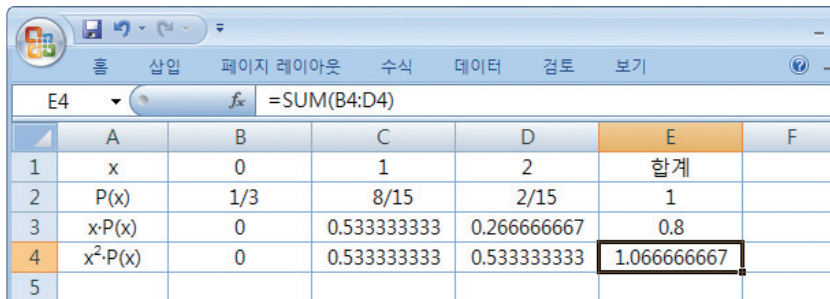
	A	B	C	D	E	F
1	x	0	1	2	합계	
2	P(x)	1/3	8/15	2/15	1	
3						

2. 평균 $\mathrm{E}(X)$를 계산하여 보자.

❶ 위의 1의 표의 A3 셀에 '$x \cdot \mathrm{P}(x)$'를 입력한다.

❷ $x \cdot \mathrm{P}(x)$를 계산하기 위하여 B3 셀에 '=B1*B2'를 입력하고, Enter 키를 누른다.

❸ B3 셀의 오른쪽 끝에 커서를 놓으면 커서가 십자(+)표시로 바뀐다. 이때, 마우스 끌기를 하여 D3 셀까지 선택하면 자동으로 C1*C2, D1*D2가 각각 C3, D3 셀에 입력된다.

❹ B3, C3, D3 셀의 값의 합을 계산하기 위하여 B3～D3 셀의 영역을 선택한 후 자동 합계($\sum$) 아이콘을 클릭한다. 이렇게 하면 E3 셀에 SUM(B3:D3), 즉 $\mathrm{E}(X)$의 값이 계산된다.

홈 삽입 페이지 레이아웃 수식 데이터 검토 보기

E3 =SUM(B3:D3)

	A	B	C	D	E	F
1	x	0	1	2	합계	
2	P(x)	1/3	8/15	2/15	1	
3	x·P(x)	0	0.533333333	0.266666667	0.8	
4						

3. 분산 $\mathrm{V}(X)$를 계산하여 보자.

❶ 앞의 2의 표의 A4 셀에 '$x^2 \cdot \mathrm{P}(x)$'를 입력한다.

❷ $x^2 \cdot \mathrm{P}(x)$를 계산하기 위하여 B4 셀에 '=B1^2*B2'를 입력한 뒤 Enter 키를 누른다.

❸ B4 셀의 오른쪽 끝에 커서를 놓고, 커서가 십자(+)표시로 바뀌면 D4 셀까지 마우스 끌기를 하여 나머지 셀의 값을 구한다.

❹ B4~D4 셀을 마우스 끌기를 하여 영역을 선택한 후 자동 합계($\sum$) 아이콘을 클릭한다. 이렇게 하면 E4 셀에 SUM(B4:D4), 즉 $\mathrm{E}(X^2)$의 값이 계산된다.

	A	B	C	D	E	F
1	x	0	1	2	합계	
2	P(x)	1/3	8/15	2/15	1	
3	x·P(x)	0	0.533333333	0.266666667	0.8	
4	x²·P(x)	0	0.533333333	0.533333333	1.066666667	
5						

❺ B6 셀에 '$\{\mathrm{E}(X)\}^2$'을 입력하고, C6 셀에 '=E3^2'를 입력한다.

❻ B8 셀에 '$\mathrm{V}(X)$'을 입력하고, C8 셀에 '=E4−C6'을 입력한다. 이렇게 하면 C8 셀에 $\mathrm{V}(X)$의 값이 계산된다.

❼ B10 셀에 '표준편차'를 입력하고, C10 셀에 '=SQRT(C8)'을 입력한다. 이렇게 하면 C10 셀에 표준편차의 값을 구할 수 있다.

홈 삽입 페이지 레이아웃 수식 데이터 검토 보기

C10 =SQRT(C8)

	A	B	C	D	E	F
1	x	0	1	2	합계	
2	P(x)	1/3	8/15	2/15	1	
3	x·P(x)	0	0.533333333	0.266666667	0.8	
4	x²·P(x)	0	0.533333333	0.533333333	1.066666667	
5						
6		{E(x)}²	0.64			
7						
8		V(x)	0.426666667			
9						
10		표준편차	0.653197265			
11						

2 이항분포

학습 목표

- 이항분포의 뜻을 이해한다.
- 이항분포를 실생활 문제 해결에 활용할 수 있다.

다 가 서 기 / **항공권 예약**

항공사에서는 예약한 사람이 사전 통보 없이 탑승하지 않는 경우에 대비하여 적절한 인원만큼 초과하여 항공권을 팔기도 한다. 이때에 적용되는 모형이 이 단원에서 다루는 이항분포이다.

손님을 좌석의 수보다 적게 탑승시키면 손실이 생기고, 손님을 좌석의 수보다 많게 탑승시키면 좌석이 부족하므로 항공사에서는 항상 적절한 수학 모형을 사용하여 항공권 예약을 받는다.

01 이항분포의 뜻

탐 구 하 기 / 주사위를 세 번 던질 때 나오는 눈의 관찰

한 개의 주사위를 세 번 던지는 시행에서 1의 눈이 나오면 ○표, 그 외의 눈이 나오면 ×표를 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

1의 눈이 나오는 횟수			
0번	1번	2번	3번
×××	××○	×○○	
	×○×	○×○	
	○××		

알 아 보 기 / 이항분포의 뜻을 알아보자.

1의 눈이 1번 나오는 경우

×	×	○
×	○	×
○	×	×

한 개의 주사위를 한 번 던질 때, 1의 눈이 나올 확률은 $\frac{1}{6}$이고, 1의 눈이 나오지 않을 확률은 $\frac{5}{6}$이다.

한 개의 주사위를 세 번 던질 때, 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하자. 이때, X의 값이 1이 되는 경우는 ${}_3\mathrm{C}_1$, 즉 3가지가 있다.

주사위를 던질 때 각각의 결과는 서로 영향을 주지 않으므로 각 경우의 확률은

$$\frac{1}{6}\times\frac{5}{6}\times\frac{5}{6}=\frac{1}{6}\times\left(\frac{5}{6}\right)^2$$

따라서 X의 값이 1이 될 확률은

$$\mathrm{P}(X=1)={}_3\mathrm{C}_1\left(\frac{1}{6}\right)\left(\frac{5}{6}\right)^2$$

일반적으로 1회의 시행에서 사건 A가 일어날 확률이 p이고, 이러한 시행을 독립적으로 n회할 때, 사건 A가 일어나는 횟수를 확률변수 X라고 하면 X는 0, 1, 2, …, n의 값을 가진다. 이때, X의 확률분포는

$$\mathrm{P}(X=x)={}_n\mathrm{C}_x\,p^x(1-p)^{n-x}\ (\text{단, } x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ n)$$

여기서 $1-p=q$라 하고, X의 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	…	x	…	n	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	${}_n\mathrm{C}_0q^n$	${}_n\mathrm{C}_1pq^{n-1}$	${}_n\mathrm{C}_2p^2q^{n-2}$	…	${}_n\mathrm{C}_xp^xq^{n-x}$	…	${}_n\mathrm{C}_np^n$	1

$\sum_{x=0}^{n}{}_n\mathrm{C}_xp^xq^{n-x}=(q+p)^n=1$

이와 같은 확률분포를 **이항분포**라 하고, 기호로

$$\mathrm{B}(n,\ p)$$

와 같이 나타낸다.

이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$에서 B는 Binomial distribution의 첫 글자이다.

| 보기 | 한 개의 주사위를 네 번 던질 때, 1의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면, X의 확률분포는 이항분포 $\mathrm{B}\left(4,\ \frac{1}{6}\right)$을 따른다. 따라서 확률분포는

$$\mathrm{P}(X=x)={}_4\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{6}\right)^x\left(\frac{5}{6}\right)^{4-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4)$$

이고, 표로 나타내면 다음과 같다.

X	0	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{625}{1296}$	$\frac{500}{1296}$	$\frac{150}{1296}$	$\frac{20}{1296}$	$\frac{1}{1296}$	1

이항분포의 확률값을 계산할 때에는 이항분포표 또는 계산기나 컴퓨터를 이용하면 편리하다.

예를 들어 ${}_{10}\mathrm{C}_3(0.2)^3(0.8)^7$을 계산할 때, 부록에 있는 이항분포표에서 $n=10$, $x=3$, $p=0.2$일 때의 값을 찾으면 0.2013임을 알 수 있다.

n	x	p				
		.05	.10	.20	.30	.95
5	0	.7738	.5905	.3277	.1681	.0000
	1	.2036	.3280	.4096	.3602	.0000
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
10	0	.5987	.3487	.1074	.0282	.0000
	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
	3	.0105	.0574	.2013	.2668	.0000
	4	.0010	.0112	.0881	.2001	.0000

또 계산기를 다음과 같은 순서대로 눌러 계산하면 0.201326592로 약 0.2013임을 알 수 있다.

스스로 하기 /

익힘책 107쪽 | 익힘책 108쪽 | 익힘책 109쪽

1 다음 이항분포의 확률분포를 표로 나타내어라.

(1) $\mathrm{B}\left(4,\ \frac{1}{2}\right)$ (2) $\mathrm{B}(5,\ 0.2)$

2 이항분포표를 이용하여 다음 값을 구하여라.

(1) ${}_{15}\mathrm{C}_5(0.4)^5(0.6)^{10}$ (2) ${}_{20}\mathrm{C}_6(0.3)^6(0.7)^{14}$

함 께 하 기 /

1 확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(100,\ 0.8)$을 따를 때, 다음 확률을 컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 구하여라.

(1) $\mathrm{P}(X=90)$ (2) $\mathrm{P}(X\leq 70)$

메뉴 표시줄에서
수식을 클릭하면
수식 도구
상자가 보여!

풀이

(1) 컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 이항분포의 확률값을 구하는 순서는 다음과 같다.

1단계 수식 도구 상자에서 함수 삽입 아이콘을 클릭한다.

2단계 함수 마법사 대화 상자의 범주 선택에서 '통계', 함수 선택에서 'BINOMDIST'를 선택한 후 확인을 클릭하면 함수 인수 대화 상자가 나타난다.

3단계 함수 인수 대화 상자에서 Number_s에 '90', Trials에 '100', Probability_s에 '0.8'을 입력하고, Cumulative에 'FALSE'를 입력하면 이항분포의 확률을 보여준다.

$\therefore \mathrm{P}(X=90)=0.00336282$

(2) 위의 **3단계**에서 Number_s에 '70', Trials에 '100', Probability_s에 '0.8'을 입력하고, Cumulative에 'TRUE'를 입력하면 이항분포의 누적 확률을 보여준다.

$\therefore \mathrm{P}(X\leq 70)=0.011248979$

스 스 로 하 기 /

3 다음 확률을 컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 구하여라.

(1) 한 개의 주사위를 50번 던질 때, 짝수의 눈이 20번 나올 확률

(2) 각 면에 1부터 12까지의 수를 쓴 정십이면체를 100번 던질 때, 4의 배수가 30번 이하 나올 확률

02 이항분포의 평균과 표준편차

알 아 보 기 / 이항분포의 평균, 분산 및 표준편차를 구하여 보자.

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(3,\ p)$를 따를 때, 그 확률분포를 표로 나타내면 다음과 같다. (단, $q=1-p$)

X	0	1	2	3	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	q^3	$3pq^2$	$3p^2q$	p^3	1

여기서 평균 $\mathrm{E}(X)$와 분산 $\mathrm{V}(X)$를 구하면 다음과 같다.

$$\mathrm{E}(X)=0\times q^3+1\times 3pq^2+2\times 3p^2q+3\times p^3$$
$$=3pq^2+6p^2q+3p^3=3p(q+p)^2=3p$$

$q=1-p$이므로 $p+q=1$

$$\mathrm{V}(X)=0^2\times q^3+1^2\times 3pq^2+2^2\times 3p^2q+3^2\times p^3-(3p)^2$$
$$=3p\{q(q+p)+3p(q+p)-3p\}=3pq$$

일반적으로 이항분포의 평균과 표준편차는 다음과 같다.

이항분포의 평균, 분산 및 표준편차

확률변수 X가 이항분포 $\mathrm{B}(n,\ p)$를 따르면

$$\mathrm{E}(X)=np,\ \mathrm{V}(X)=npq,\ \sigma(X)=\sqrt{npq}\ \ (\text{단, } q=1-p)$$

| 보기 | 한 개의 주사위를 18번 던질 때, 1 또는 6의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 하면, X는 이항분포 $\mathrm{B}\left(18,\ \frac{1}{3}\right)$을 따르므로

$$\mathrm{E}(X)=18\times\frac{1}{3}=6,\ \mathrm{V}(X)=18\times\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=4,\ \sigma(X)=2$$

$n=18$이고, 주사위를 한 번 던질 때 1 또는 6의 눈이 나올 확률 $p=\frac{1}{3}$이다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 107쪽 | 익힘책 108쪽 | 익힘책 109쪽

1 다음 이항분포의 평균, 분산 및 표준편차를 구하여라.

(1) $\mathrm{B}\left(64,\ \frac{1}{2}\right)$ (2) $\mathrm{B}\left(400,\ \frac{1}{5}\right)$

2 한 개의 주사위를 36번 던져서 짝수의 눈이 나오는 횟수를 확률변수 X라고 할 때, X의 평균과 표준편차를 구하여라.

03 이항분포의 활용

함 께 하 기 /

익힘책 107쪽 | 익힘책 108쪽 | 익힘책 109쪽

1 어느 항공 노선을 예약한 사람이 사전 통보 없이 탑승하지 않는 경우가 20명 중 1명꼴이라고 한다. 좌석 수 80에 대하여 82명이 좌석을 예약한 경우 좌석이 부족하게 될 확률을 구하여라.

(단, $(0.95)^{81}=0.01569$, $(0.95)^{82}=0.01491$로 계산한다.)

| 풀이 |

예약한 사람이 탑승할 확률은 0.95이다. 그러므로 예약한 82명 중에서 탑승하는 사람의 수를 확률변수 X라고 하면, X의 확률분포는 이항분포 $\mathrm{B}(82,\ 0.95)$이다. 즉

$$\mathrm{P}(X=x)={}_{82}\mathrm{C}_x(0.95)^x(0.05)^{82-x}\ (x=0,\ 1,\ 2,\ \cdots,\ 82)$$

한편 좌석이 부족하게 되는 경우는 $X\geq 81$일 때이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\geq 81)&=\mathrm{P}(X=81)+\mathrm{P}(X=82)\\&={}_{82}\mathrm{C}_{81}(0.95)^{81}(0.05)+{}_{82}\mathrm{C}_{82}(0.95)^{82}\\&=82\times 0.01569\times 0.05+1\times 0.01491\\&\fallingdotseq \mathbf{0.079}\end{aligned}$$

| 다른 풀이 |

$\mathrm{P}(X\geq 81)=1-\mathrm{P}(X\leq 80)$

한편 $\mathrm{P}(X\leq 80)$을 컴퓨터 소프트웨어로 소수 셋째 자리까지 구하면 0.921이므로

$$\begin{aligned}\mathrm{P}(X\geq 81)&\fallingdotseq 1-0.921\\&=0.079\end{aligned}$$

스 스 로 하 기 /

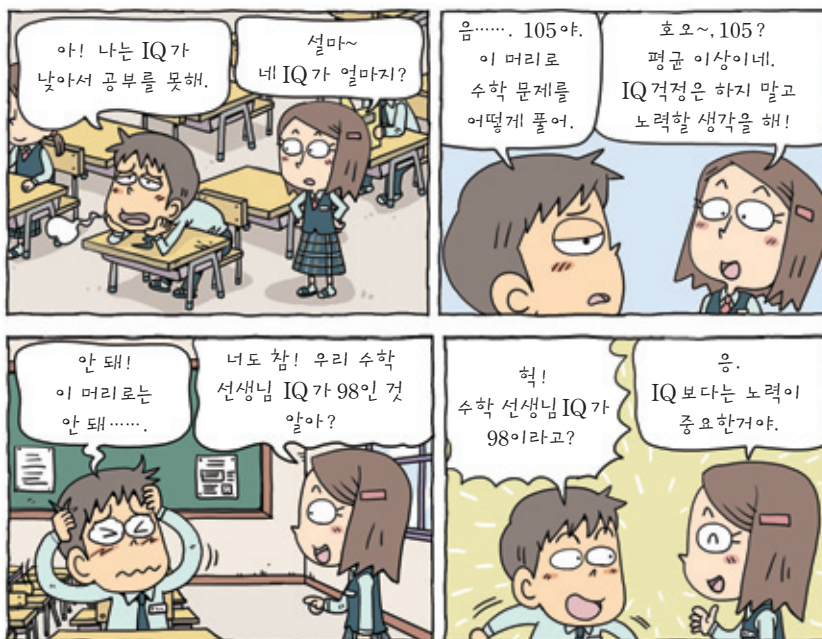
익힘책 107쪽 | 익힘책 108쪽 | 익힘책 109쪽

1 어떤 소극장의 공연을 예약한 사람 중 사전 통보 없이 오지 않는 사람이 10 %라고 한다. 좌석 수 60에 대하여 62명이 좌석을 예약한 경우 좌석이 부족하게 될 확률을 구하여라.

(단, $(0.9)^{61}=0.0016$, $(0.9)^{62}=0.0015$로 계산한다.)

3 정규분포

학습 목표
- 정규분포의 뜻을 이해한다.
- 정규분포곡선의 성질을 이해한다.

다 가 서 기 / **성공의 99 %는 노력의 결과**

지능 지수(IQ)는 지능 검사의 결과로 지능의 정도를 총괄하여 하나의 수치로 나타낸 것이다. 이때, 지능 지수는 평균(m)이 100이고, 표준편차(σ)가 15인 정규분포를 따르도록 한다. 즉, 지능 지수가 85～115이면 평균으로부터 1시그마(σ) 안의 범위에 있는 보통의 지능 지수이다.

세상에는 분명 천부적인 재능을 타고난 사람이 있다. 그러나 그들도 모든 면에서 뛰어난 것은 아니다. 어떤 면에서 뛰어난 사람은 자기의 부족한 면을 찾을 줄 알아야 하고, 어떤 면에서 부족한 사람은 자기의 뛰어난 점을 찾을 줄 알아야 한다.

에디슨은 “성공은 1 %의 영감과 99 %의 노력의 결과이다.”라고 말하였다.

01 정규분포의 뜻

알 아 보 기 / 정규분포의 뜻과 성질을 알아보자.

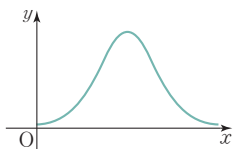
농작물의 무게, 사람의 키, 전구의 수명 시간 등의 측정값은 어떤 연속하는 범위 안에서 값을 가지게 된다. 또 이들에 대한 도수분포다각형은 자료의 수가 많을 때, 종 모양의 곡선에 가까워진다.

일반적으로 확률변수 X의 분포를 나타내는 그래프의 식이

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma^2}}\ (-\infty<x<\infty)$$

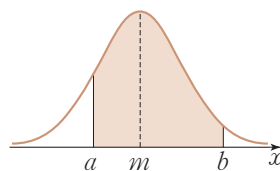
일 때, 확률변수 X는 평균이 m이고 분산이 σ^2인 **정규분포**를 따른다고 하고, 이것을 기호로

$$\mathbf{N}(m,\ \sigma^2)$$

과 같이 나타낸다. 또 그 그래프를 정규분포곡선 또는 정규곡선이라고 한다.

정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$에서 N은 Normal distribution의 첫 글자이다.

확률변수 X가 정규분포를 따를 때, 정규분포곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.

또 X의 값이 구간 $[a,\ b]$에 있을 확률 $\mathrm{P}(a\le X\le b)$는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이이다.

정규분포의 확률변수 X는 이항분포와 같이 이산적인 값을 가지지 않고, 연속적인 값을 가진다.

일반적으로 정규분포곡선의 성질은 다음과 같다.

정규분포곡선의 성질

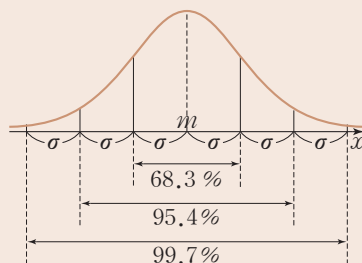
(1) m을 중심으로 좌우 대칭인 종 모양이다.

(2) 곡선과 x축 사이의 넓이는 1이다.

(3) 곡선과 x축 그리고

① 구간 $(m-\sigma,\ m+\sigma)$ 사이의 넓이는 전체의 68.3 %이다.

② 구간 $(m-2\sigma,\ m+2\sigma)$ 사이의 넓이는 전체의 95.4 %이다.

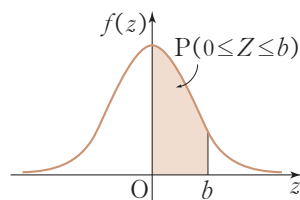
③ 구간 $(m-3\sigma,\ m+3\sigma)$ 사이의 넓이는 전체의 99.7 %이다.

02 표준정규분포

알 아 보 기 / 표준정규분포의 뜻을 알아보자.

평균이 0, 표준편차가 1인 정규분포를 표준정규분포라 하고, 기호로

$$\mathbf{N(0,\ 1)}$$

과 같이 나타낸다.

확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따를 때, Z가 구간 $(0,\ b)$에 속할 확률 $\mathrm{P}(0\le Z\le b)$는 오른쪽 그림에서 색칠한 부분의 넓이와 같다.

예를 들어 부록에 있는 표준정규분포표에서 다음을 알 수 있다.

$\mathrm{P}(0\le Z\le 1.96)=0.4750$

$\mathrm{P}(0\le Z\le 2)=0.4772$

이 넓이를 구하여 표로 나타낸 것을 표준정규분포표라고 해요.

z	0	1	6	9
0.0	.0000	.0040	.0239	.0359
0.1	.0398	.0438	.0636	.0753
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
1.9	.4713	.4719	.4750	.4767
2.0	.4772	.4778	.4803	.4817

| 보기 | 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따를 때

$\mathrm{P}(0\le Z\le 1)=0.3413$

(1) $\mathrm{P}(1\le Z\le 2)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 2)-\mathrm{P}(0\le Z\le 1)$

$=0.4772-0.3413$

$=0.1359$

$\mathrm{P}(Z\le 0)=\mathrm{P}(Z\ge 0)$
$=0.5$

$\mathrm{P}(Z\le -a)=\mathrm{P}(Z\ge a)$

(2) $\mathrm{P}(|Z|\le 1.96)$

$=\mathrm{P}(-1.96\le Z\le 1.96)$

$=2\times\mathrm{P}(0\le Z\le 1.96)$

$=2\times 0.4750=0.95$

스 스 로 하 기 /

1 확률변수 Z가 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따를 때, 표준정규분포표를 이용하여 다음 확률을 구하여라.

(1) $\mathrm{P}(Z\le 2)$ (2) $\mathrm{P}(|Z|\le 2.58)$

(3) $\mathrm{P}(Z\le -1)$ (4) $\mathrm{P}(Z\ge -1.96)$

알 아 보 기 / 표준화의 뜻을 알아보고, 이를 활용하여 보자.

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, 확률변수 Z를

$$Z=\frac{X-m}{\sigma}$$

이라고 하면 Z의 평균과 분산은 각각 $\mathrm{E}(Z)=0$, $\mathrm{V}(Z)=1$이다. 즉, 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

이와 같이 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따르는 확률변수 X를 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따르는 확률변수 Z로 바꾸는 것을 **표준화**라고 한다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

정규분포의 표준화

확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$을 따를 때, 확률변수 Z를

$$Z=\frac{X-m}{\sigma}$$

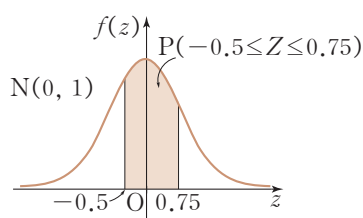
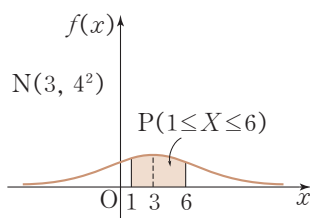
이라고 하면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

| 참고 | 일반적인 정규분포 $\mathrm{N}(m,\ \sigma^2)$에 대한 분포표가 주어져 있지 않으므로 표준화하여 확률을 구한다.

| 보기 | 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(3,\ 4^2)$을 따를 때,

$$Z=\frac{X-3}{4}$$

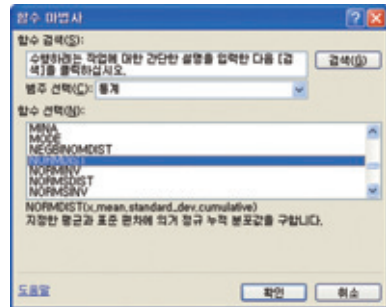
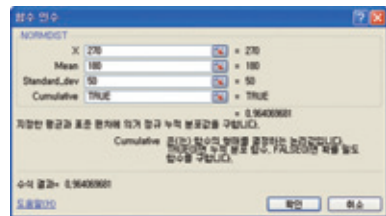
이라고 하면 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

$$\begin{aligned}\therefore\ \mathrm{P}(1\le X\le 6)&=\mathrm{P}\left(\frac{1-3}{4}\le\frac{X-3}{4}\le\frac{6-3}{4}\right)\\&=\mathrm{P}(-0.5\le Z\le 0.75)\\&=\mathrm{P}(0\le Z\le 0.5)+\mathrm{P}(0\le Z\le 0.75)\\&=0.1915+0.2734\\&=0.4649\end{aligned}$$

1 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(180,\ 50^2)$을 따를 때, 다음 확률을 컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 구하여라.

(1) $\mathrm{P}(X \le 270)$　　　　(2) $\mathrm{P}(150 \le X \le 270)$

| 풀이 |

(1) **1단계** 수식 도구 상자에서 함수 삽입 아이콘을 클릭하면 함수 마법사 대화 상자가 나타난다.

2단계 함수 마법사 대화 상자의 범주 선택에서 '통계', 함수 선택에서 'NORMDIST'를 선택한 후 확인을 클릭하면 함수 인수 대화 상자가 나타난다.

3단계 함수 인수 대화 상자에서 X에 '270', Mean에 '180', Standard_dev에 '50'을 입력하고, Cumulative에 'TRUE'를 입력하면 정규분포의 확률을 보여준다.

$\therefore \mathrm{P}(X \le 270) = 0.964069681$

(2) $\mathrm{P}(150 \le X \le 270) = \mathrm{P}(X \le 270) - \mathrm{P}(X < 150)$이다.

그런데 $\mathrm{P}(X \le 270)$은 (1)에서 구하였으므로 $\mathrm{P}(X < 150)$을 구하면 된다. 위의 **3단계**에서 X에 '150'을 입력하고, 나머지 칸은 (1)과 같이 입력하면 정규분포의 확률을 보여준다.

$\therefore \mathrm{P}(X < 150) = 0.274253118$

$\therefore \mathrm{P}(150 \le X \le 270) = 0.964069681 - 0.274253118$

$= 0.689816563$

| 다른 풀이 |

수식 입력창에 다음과 같이 입력하고, Enter 키를 누르면 $\mathrm{P}(150 \le X \le 270)$의 값을 구할 수 있다.

```
=NORMDIST(270,180,50,TRUE)-NORMDIST(150,180,50,TRUE)
```

2 어떤 종류의 음료수 300캔 각각에 들어 있는 내용물의 용량은 평균이 190 mL, 표준편차가 5 mL인 정규분포를 따른다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 용량이 187 mL 이상 192 mL 이하인 캔은 전체의 약 몇 %인가?

(2) 용량이 193 mL 이상인 캔은 약 몇 개인가?

풀이

캔에 들어 있는 내용물의 용량을 확률변수 X (mL)라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(190,\ 5^2)$을 따른다. 이때, $Z=\dfrac{X-190}{5}$에서 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

(1) $\mathrm{P}(187\le X\le 192)=\mathrm{P}\left(\dfrac{187-190}{5}\le Z\le \dfrac{192-190}{5}\right)$

$=\mathrm{P}(-0.6\le Z\le 0.4)$

$=\mathrm{P}(0\le Z\le 0.6)+\mathrm{P}(0\le Z\le 0.4)$

$=0.2257+0.1554=0.3811$

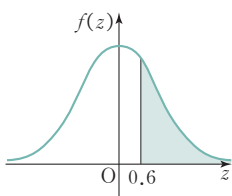
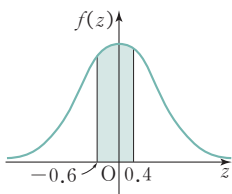
따라서 용량이 187 mL 이상 192 mL 이하인 캔은 전체의 **약 38 %**이다.

(2) $\mathrm{P}(X\ge 193)=\mathrm{P}\left(Z\ge \dfrac{193-190}{5}\right)$

$=\mathrm{P}(Z\ge 0.6)$

$=0.5-\mathrm{P}(0\le Z\le 0.6)$

$=0.5-0.2257=0.2743$

이때, $300\times 0.2743=82.29$이므로 용량이 193 mL 이상인 캔의 개수는 **약 82개**이다.

스스로 하기 /

 익힘책 111쪽 | 익힘책 112쪽 | 익힘책 113쪽

2 확률변수 X가 정규분포 $\mathrm{N}(50,\ 10^2)$을 따를 때, 다음을 구하여라.

(1) $\mathrm{P}(X\ge 50)$　　(2) $\mathrm{P}(60\le X\le 75)$

(3) $\mathrm{P}(45\le X\le 65)$　　(4) $\mathrm{P}(X<55)$

3 어느 학교 학생 150명의 수학 성적은 평균 60점, 표준편차 10점인 정규분포를 따른다고 한다. 다음 물음에 답하여라.

(1) 성적이 52점 이상 70점 이하인 학생은 전체의 약 몇 %인가?

(2) 성적이 80점 이상인 학생은 약 몇 명인가?

4 통계 조사와 그 활용

학습 목표

• 간단한 통계 조사의 결과를 해석할 수 있다.

다 가 서 기 / **과녁의 중심 찾기**

양궁 과녁판의 뒤쪽에서 과녁의 중심을 찾는 것은 어려운 일이다. 그러나 과녁판에 꽂힌 화살을 중심으로 원을 그리면 과녁의 중심이 그 원 안에 있을 확률이 높다. 그리고 화살이 많이 있을수록 중심을 찾을 확률은 더 높아진다.

통계적 추정은 이와 같이 꽂힌 화살(표본)을 이용하여 과녁판의 뒤쪽에서 과녁의 중심(모평균)을 찾는 것과 같다.

01 표본조사

탐 구 하 기 / 합리적인 설문 조사 방법

개교기념일 행사에 대한 전교생의 의견을 알아보기 위해 100명을 뽑아 설문 조사를 하려고 한다. 다음 중 어느 것이 더 합리적인 방법인지 말하고, 그 이유를 설명하여 보자.

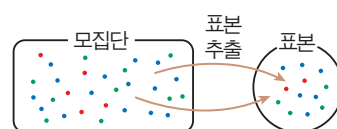
(1) 특정한 학년에서만 뽑는다.

(2) 각 학년에서 골고루 뽑는다.

알 아 보 기 / 모집단과 표본의 뜻을 알아보자.

어떤 지역의 가구당 교육비를 알고 싶을 때, 이 지역의 모든 가구를 방문하여 교육비를 조사하면 그 상태를 알 수 있다. 이와 같이 관심의 대상이 되는 집단 전체를 **모집단**이라 하고, 모집단 전체를 조사하는 것을 **전수조사**라고 한다. 전수조사의 대표적인 예로는 인구조사가 있다.

통계 조사
- 전수조사(全數調査)
- 표본조사(標本調査)

반면에 어떤 지역에서 100가구를 택하여 교육비를 알아보고, 그 결과에서 전체의 상태를 추측할 수도 있다. 이와 같이 모집단의 일부를 추출한 부분집합을 **표본**이라 하고, 표본을 조사하는 것을 **표본조사**라고 한다.

또 추출된 표본의 개수를 표본의 크기라고 한다.

전구의 수명을 조사할 때, 전수조사를 하면 검사가 끝난 전구는 못 쓰게 되므로 표본조사를 한다.

일반적으로 전수조사는 표본조사에 비하여 시간과 비용이 많이 들고, 전수조사가 불가능한 경우도 있으므로 특별한 경우를 제외하고는 전수조사보다 표본조사를 많이 한다.

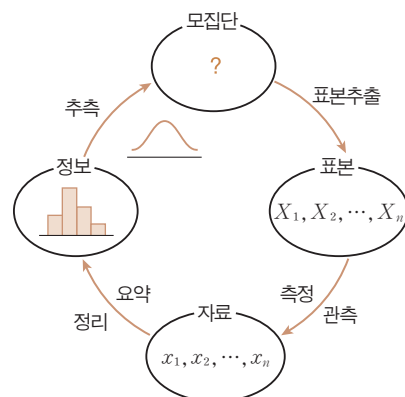
스 스 로 하 기 /

익힘책 115쪽 | 익힘책 116쪽 | 익힘책 118쪽

1 전수조사와 비교하여 표본조사의 장점을 말하여라.

알 아 보 기 / 임의추출의 뜻을 알아보자.

표본조사의 목적은 표본에서 얻은 정보를 바탕으로 모집단의 성질을 추측하는 데 있다. 따라서 모집단의 특징이 잘 반영되도록 표본을 택하는 것이 중요하다.

이를 위해서는 추출되는 표본이 모집단의 어느 한 부분에 편중되지 않아야 한다. 즉, 모집단의 각 원소가 같은 확률로 추출되어야 한다.

앞으로 특별한 언급이 없으면 표본은 임의표본을 뜻한다.

이와 같은 추출법을 **임의추출**이라 하고, 임의추출된 표본을 임의표본이라고 한다.

표본을 추출하는 데에는 한 번 추출된 원소를 다시 되돌려 놓은 후 다음 원소를 뽑는 복원추출과 되돌려 놓지 않고 다음 원소를 뽑는 비복원추출이 있다.

모집단의 크기가 충분히 큰 경우에는 비복원추출도 복원추출로 볼 수 있다.

모집단에서 표본을 추출할 때 실제적인 방법으로는 제비뽑기, 난수주사위 사용하기, 난수표 사용하기 등이 있다.

그러나 공학 도구가 발전된 요즈음에는 계산기, 컴퓨터 소프트웨어를 많이 사용한다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 115쪽 | 익힘책 116쪽 | 익힘책 118쪽

2 숫자 1, 2, 3이 각각 적힌 3개의 공이 들어 있는 주머니에서 공 2개를 복원추출하는 방법은 모두 몇 가지인지 구하여라.

3 위의 스스로 하기 **2**에서 다음과 같이 추출하는 방법의 수를 구하여라.

(1) 비복원으로 2개를 추출한다.

(2) 동시에 2개를 추출한다.

여러 가지 임의추출법

1. 컴퓨터 소프트웨어에 의한 임의추출

컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 크기 100인 모집단에서 5개의 표본을 임의추출하여 보자.

❶ A1 셀~A100 셀에 1, 2, 3, ⋯, 100을 입력한다.

❷ 데이터 도구 상자에서 데이터 분석을 클릭하고, 표본추출을 선택하여 확인을 클릭하면 오른쪽과 같은 화면이 나타난다.

❸ 입력 범위는 A1 셀~A100 셀의 자료를 마우스로 범위 지정을 하고, 표본추출 방법을 무작위 추출로 선택한 뒤 표본수에 '5'를 입력한다.

❹ 출력 옵션을 새로운 워크시트로 선택하고, 확인을 클릭하면 새로운 워크시트에 임의추출된 5개의 숫자가 나타난다.

2. 계산기에 의한 임의추출

공학용 계산기에는 난수를 만드는 기능 키가 있다. 이들은 대부분 RANDOM 또는 RAND로 표시되어 있는데, 이것을 누르면 0과 1 사이의 난수를 얻을 수 있다. 이들 수에 1000을 곱하면 000에서 999까지의 난수가 생긴다.

이를테면 900명 중에서 5명을 임의추출하는 방법은 다음과 같다.

❶ 각 사람에게 000에서 899까지의 번호를 붙인다.

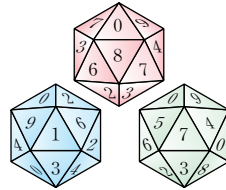
❷ [2ndF] [7] [=] 를 누르고, [=] 를 눌러 난수를 얻는다. 이때, [=] 를 누를 때마다 새로운 난수를 얻을 수 있다.

❸ ❷에서 얻은 난수에 1000을 곱한 수를 번호로 하는 5명을 표본으로 택한다.

3. 제비뽑기를 이용한 임의추출

학생 수가 50명인 동아리에서 5명의 표본을 임의추출하기 위하여 50장의 종이에 1에서 50까지의 번호를 적은 제비를 주머니에 넣는다. 이 제비를 잘 섞은 다음, 임의로 5장을 추출하고, 추출된 제비의 번호를 가진 학생을 표본으로 택하면 이것은 임의추출법에 의하여 추출된 것이다.

4. 난수주사위에 의한 임의추출

난수주사위는 오른쪽 그림과 같이 정이십면체의 각 면에 0에서 9까지의 숫자를 2번씩 새긴 것으로 표본을 임의추출할 때 사용된다.

이를테면 300명 중에서 5명을 임의추출하는 방법은 다음과 같다.

❶ 모집단의 각 원소에 000에서 299까지의 번호를 붙인다.

❷ 서로 다른 색의 난수주사위 3개, 이를테면 빨간색은 백의 자리, 파란색은 십의 자리, 녹색은 일의 자리로 정하여 동시에 던지면 000에서 999까지의 수를 얻을 수 있다.

❸ 299 이하의 번호를 가진 다섯 사람을 순서대로 표본으로 택한다.

5. 난수표를 이용한 임의추출

난수표는 0에서 9까지의 숫자를 임의로 배열한 표이다. 부록에 있는 난수표를 이용하여 50명 중에서 5명을 임의추출하는 방법은 다음과 같다.

❶ 모집단의 각 원소에 00에서 49까지의 번호를 붙인다.

❷ 제비뽑기나 난수주사위를 이용하여 난수표의 시작하는 행, 열을 정한다. 이를테면 이들이 14행 6열일 때, 14행을 따로 쓰면 다음과 같다.

62 67 74 04 84　75 68 64 11 42　22 88 64

난수표

41 10 50 81 22	94 80 71 10 68	23 58 20
13 49 57 94 72	78 92 78 78 04	17 00 92
33 87 89 24 77	65 37 12 38 63	76 49 69
15 91 02 97 10	37 14 47 47 79	81 63 34
37 94 89 58 24	29 22 39 42 66	95 14 63
48 06 32 88 07	06 19 13 11 04	45 95 73
92 65 65 69 32	05 63 75 76 57	26 10 31
48 66 49 80 78	34 30 47 61 73	44 31 65
23 50 07 82 24	34 88 84 90 39	20 46 32
47 02 38 86 81	59 77 46 17 55	54 59 00
39 65 34 38 46	26 95 15 80 70	40 06 89
90 36 99 74 53	71 05 53 69 01	49 59 53
46 60 38 92 08	09 16 06 33 02	13 60 78
62 67 74 04 84	75 68 64 11 42	22 88 64
21 17 44 02 71	21 59 79 73 18	24 74 77

❸ 이 행의 6번째 숫자인 4부터 두 자리씩 오른쪽으로 나아가면서 쓴다. 이때, 이것이 나타내는 두 자리 수 중 50 이상인 것을 지우면 다음과 같다.

40　48　47　~~56~~　~~86~~　41　14　22　28　~~86~~　⋯

❹ 이와 같이 얻은 수 중에서 처음 5개의 수 40, 48, 47, 41, 14를 번호로 하는 사람을 표본으로 택한다.

논술/수행평가 과제

1. 계산기를 이용하여 우리 반 학생 중 5명을 임의추출하여 보자.

2. 제비뽑기를 이용하여 우리 반 학생 중 5명을 임의추출하여 보자.

3. 난수표를 이용하여 우리 반 학생 중 5명을 임의추출하여 보자.

02 표본평균의 뜻과 그 분포

알 아 보 기 / 표본평균의 뜻과 그 분포를 알아보자.

모집단에서 조사의 대상이 되는 특성을 나타내는 확률변수를 X라고 할 때, X의 평균, 분산, 표준편차를 각각 **모평균**, 모분산, 모표준편차라 하고, 각각 기호로 m, σ^2, σ와 같이 나타낸다.

한편 어떤 모집단에서 크기 n인 표본 X_1, X_2, $\cdots$, X_n을 임의추출하였을 때, 이들의 평균을 **표본평균**이라 하고, 기호로 $\overline{X}$와 같이 나타낸다.

$$\overline{X}=\frac{1}{n}(X_1+X_2+\cdots+X_n)=\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}X_i$$

표본평균은 표본에 따라 다른 값을 가지므로 확률변수이다.

일반적으로 표본평균 $\overline{X}$의 분포는 다음과 같다.

표본평균 $\overline{X}$의 분포

평균이 m이고, 표준편차가 σ인 모집단에서 크기 n인 표본을 복원추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$에 대하여

(1) $\mathrm{E}(\overline{X})=m$, $\mathrm{V}(\overline{X})=\dfrac{\sigma^2}{n}$, $\sigma(\overline{X})=\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

(2) 모집단의 분포가 정규분포이면 $\overline{X}$는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

(3) 모집단의 분포가 정규분포가 아닐 때에도 표본의 크기 n이 충분히 크면 $\overline{X}$의 분포는 정규분포 $\mathrm{N}\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$에 가까워진다.

모집단이 충분히 크면 비복원추출일 때에도 오른쪽의 성질은 성립한다.

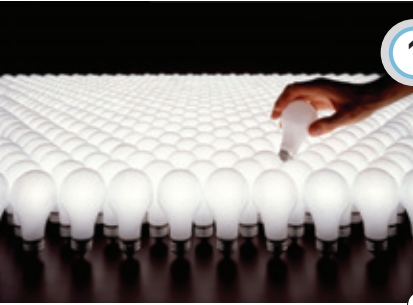
스 스 로 하 기 /

익힘책 115쪽 | 익힘책 116쪽 | 익힘책 118쪽

1 정규분포 $\mathrm{N}(5, 36)$을 따르는 모집단에서 크기 $n=16$인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 평균과 표준편차를 구하여라.

2 모평균이 6, 모표준편차가 3인 모집단에서 크기 $n=100$인 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$의 분포를 말하여라.

함 께 하 기 /

익힘책 115쪽 | 익힘책 116쪽 | 익힘책 118쪽

1 어느 회사에서 생산하는 전구의 수명 X의 분포는 평균이 2000시간, 표준편차가 200시간인 정규분포를 따른다고 한다. 400개의 전구를 임의추출하여 수명을 조사할 때, 다음을 구하여라.

(1) 표본평균이 1990시간 이상 2010시간 이하일 확률

(2) 표본평균이 1980시간 이하일 확률

풀이

$m=2000$, $\sigma=200$, $n=400$이므로 표본평균 $\overline{X}$는

$$\mathrm{E}(\overline{X})=m=2000,\ \sigma(\overline{X})=\frac{\sigma}{\sqrt{n}}=\frac{200}{20}=10$$

인 정규분포 $\mathrm{N}(2000,\ 10^2)$을 따른다.

이때, $Z=\dfrac{\overline{X}-2000}{10}$에서 확률변수 Z는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$을 따른다.

(1) 표본평균이 1990시간 이상 2010시간 이하인 경우는 $1990\le\overline{X}\le2010$일 때이므로

$$\begin{aligned}&\mathrm{P}(1990\le\overline{X}\le2010)\\&=\mathrm{P}\left(\frac{1990-2000}{10}\le\frac{\overline{X}-2000}{10}\le\frac{2010-2000}{10}\right)\\&=\mathrm{P}(-1\le Z\le1)=2\mathrm{P}(0\le Z\le1)\\&=2\times0.3413=\mathbf{0.6826}\end{aligned}$$

(2) 표본평균이 1980시간 이하인 경우는 $\overline{X}\le1980$일 때이므로

$$\begin{aligned}&\mathrm{P}(\overline{X}\le1980)\\&=\mathrm{P}\left(\frac{\overline{X}-2000}{10}\le\frac{1980-2000}{10}\right)\\&=\mathrm{P}(Z\le-2)=\mathrm{P}(Z\ge2)=\mathbf{0.0228}\end{aligned}$$

스 스 로 하 기 /

3 어느 지역의 가구당 한 달 수입액 X의 분포는 평균이 300만 원, 표준편차가 10만 원인 정규분포를 따른다고 한다. 이 지역의 가구 중 다음과 같은 크기의 표본을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$가 302만 원 이상이 될 확률을 각각 구하여라.

(1) $n=25$ (2) $n=100$ (3) $n=225$

03 모평균의 추정

알 아 보 기 / 모평균을 추정하여 보자.

표본에서 얻은 정보를 이용하여 모집단의 평균, 비율 등을 추측하는 방법을 추정이라고 한다.

표본평균 $\overline{X}$를 이용하여 모평균 m을 추정하는 방법을 알아보자.

정규분포 $N(m, \sigma^2)$을 이루는 모집단에서 크기 n인 표본 $X_1, X_2, \cdots, X_n$을 임의추출할 때, 표본평균 $\overline{X}$는 정규분포 $N\left(m, \dfrac{\sigma^2}{n}\right)$을 따른다.

$Z=\dfrac{\overline{X}-m}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}$ 은 표준정규분포 $N(0, 1)$을 따르므로 $P(|Z|\le 1.96)=0.95$이다.

$$\therefore P\left(-1.96\le \frac{\overline{X}-m}{\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}}\le 1.96\right)$$

$$=P\left(\overline{X}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \overline{X}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\right)=0.95$$

여기서 표본평균 $\overline{X}$의 값을 $\overline{x}$라고 할 때, 다음과 같은 구간

$$\overline{x}-1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \overline{x}+1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

를 모평균 m의 신뢰도 95 %인 신뢰구간이라고 한다.

이와 같이 모평균이 속해 있는 구간을 추정하는 것을 **구간추정**이라고 한다.

표본평균 $\overline{X}$는 확률변수이므로 추출되는 표본에 따라 그 값이 달라지며, 따라서 신뢰구간도 달라진다.

그러므로 '신뢰도 95 %인 신뢰구간'의 뜻은 크기 n인 표본을 여러 번 추출하여 신뢰구간을 만들 때, 모평균 m을 포함하는 것이 약 95 %라는 의미이다.

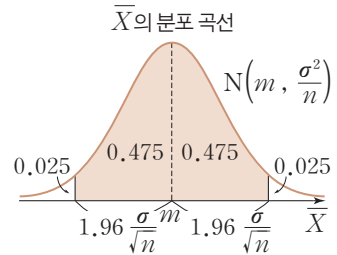
일반적으로 모평균 m을 구간추정하면 다음과 같다.

모평균 m의 구간추정

(1) 신뢰도 95 %로 추정: $\overline{x}-1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \overline{x}+1.96\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

(2) 신뢰도 99 %로 추정: $\overline{x}-2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}\le m\le \overline{x}+2.58\dfrac{\sigma}{\sqrt{n}}$

함 께 하 기 /

익힘책 115쪽 | 익힘책 116쪽 | 익힘책 118쪽

네이만(Neyman, J. ; 1894~1981)
폴란드 태생의 미국 통계학자로서 1937년 신뢰구간의 개념을 창안했다.

1 어떤 회사에서 생산하는 통조림의 무게는 평균이 m g이고, 표준편차가 10 g인 정규분포를 따른다고 한다. 모평균 m을 알아보기 위하여 25개의 통조림을 임의추출하여 표본평균을 구하였더니 그 값이 502 g이 되었다. 모평균 m을 신뢰도 95 %, 99 %로 각각 구간추정하여라.

풀이

(ⅰ) $n=25$, $\bar{x}=502$, $\sigma=10$이므로 신뢰도 95 %로 구간추정하면 m의 범위는

$$502-1.96\frac{10}{\sqrt{25}}\le m\le 502+1.96\frac{10}{\sqrt{25}}$$

$$502-3.92\le m\le 502+3.92$$

$$\therefore\ \mathbf{498.08\le m\le 505.92}$$

(ⅱ) $n=25$, $\bar{x}=502$, $\sigma=10$이므로 신뢰도 99 %로 구간추정하면 m의 범위는

$$502-2.58\frac{10}{\sqrt{25}}\le m\le 502+2.58\frac{10}{\sqrt{25}}$$

$$502-5.16\le m\le 502+5.16$$

$$\therefore\ \mathbf{496.84\le m\le 507.16}$$

스 스 로 하 기 /

1 모표준편차가 6인 정규분포를 따르는 모집단에서 크기가 100인 표본을 임의추출하여 그 평균을 구하였더니 60이었다. 모평균 m을 다음의 신뢰도로 구간추정하여라.

(1) 신뢰도 95 %　　(2) 신뢰도 99 %

2 어느 회사에서 생산하는 음료수의 A 성분의 함유량은 정규분포를 따른다고 한다. 이 음료수 400병을 임의추출하여 A 성분의 함유량을 검사하였더니 평균이 30.5 mg, 표준편차가 5.8 mg이었다. 이 음료수 1병에 담긴 A 성분의 평균 함유량 m을 다음의 신뢰도로 구간추정하여라.

(1) 신뢰도 95 %　　(2) 신뢰도 99 %

모표준편차를 모를 때에는 표본의 표준편차를 사용한다.

공 학 도 구

* 수학적 개념을 공학 도구를 이용하여 이해하고 탐구해 보세요.

컴퓨터 소프트웨어를 이용하여 신뢰구간 구하기

컴퓨터 소프트웨어의 '함수 마법사' 의 통계함수의 하나인 CONFIDENCE 함수를 이용하여 신뢰구간을 구할 수 있다.

이를테면 143쪽의 함께하기 **1**에서 신뢰도 95 %로 모평균 m의 신뢰구간을 다음 순서로 구하여 보자.

1단계 Alpha에 '1−(신뢰도)' 의 값을 입력한다.
여기서는 신뢰도가 95 %인 경우이므로 '0.05' 를 입력한다.

2단계 Standard_dev에 표준편차를 입력한다.
여기서는 표준편차에 '10' 을 입력한다.

3단계 Size에 표본의 크기를 입력한다.
여기서는 '25' 를 입력한다.

4단계 위의 **1, 2, 3단계**를 실행하면 다음 그림과 같이 그 결과가 3.919927969로 나온다.
여기서 3.919927969를 소수 셋째 자리에서 반올림하여 3.92로 쓴다.

함수 인수

CONFIDENCE

Alpha 0.05 = 0.05
Standard_dev 10 = 10
Size 25 = 25
= 3.919927969

모집단 평균의 신뢰 구간을 나타냅니다.

Size 은(는) 표본의 크기입니다.

수식 결과= 3.919927969

도움말(H) 확인 취소

5단계 모평균 m의 신뢰구간은 다음과 같이 구할 수 있다.

$$502-3.92 \leq m \leq 502+3.92$$

$$\therefore 498.08 \leq m \leq 505.92$$

04 표본비율의 분포

알 아 보 기 / 모비율, 표본비율의 뜻과 표본비율의 분포를 알아보자.

어느 공장에서 생산되는 제품의 불량률, 정책에 대한 찬성률, 어떤 정당의 지지율, 즐겨 보는 TV 프로그램의 시청률 등은 우리 생활 주변에서 흔히 접할 수 있으며, 이들을 조사하고 분석하는 것은 우리의 의사 결정에 많은 영향을 미친다.

p는 비율을 나타내는 proportion의 첫 글자이다.

$\hat{p}$는 '피햇'으로 읽는다.

이와 같이 모집단의 어떤 사건에 대한 비율을 그 사건에 대한 **모비율**이라 하고, 기호로 p와 같이 나타낸다. 또 모집단에서 임의추출한 표본에서의 비율을 그 사건에 대한 **표본비율**이라 하고, 기호로 $\hat{p}$과 같이 나타낸다.

| 보기 | 2007년 우리나라에서 태어난 아이의 수는 496710명이고, 이 중에서 남자 아이의 수는 255762명이다. 이때, 2007년 우리나라에서 남자 아이가 태어난 비율, 즉 모비율 p는

$$p=\frac{255762}{496710}\fallingdotseq 0.515$$

한편 2007년에 태어난 아이들 중에서 1000명을 임의추출하였더니 남자 아이가 508명이라면, 표본비율 $\hat{p}$은

$$\hat{p}=\frac{X}{n}=\frac{508}{1000}=0.508$$

일반적으로 어떤 사건에 대한 표본비율과 그 분포는 다음과 같다.

표본비율과 그 분포

(1) 크기 n인 표본에서 어떤 사건이 일어난 횟수를 확률변수 X라고 할 때, 그 사건에 대한 표본비율 $\hat{p}$은

$$\hat{p}=\frac{X}{n}$$

(2) 표본비율 $\hat{p}$은 표본의 크기 n이 충분히 클 때,

정규분포 $\mathrm{N}\left(p,\ \frac{pq}{n}\right)$에 가까워지고, $Z=\dfrac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}$는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$에 가까워진다.

| 참고 | n이 $np\geq 5$ 또는 $nq\geq 5$를 만족할 때, n을 충분히 큰 값으로 생각한다.

함 께 하 기 /

1 어떤 과수원에서 생산되는 사과의 10 %가 규격 미달이라고 한다. 이 과수원에서 생산된 사과 100개를 임의추출할 때, 규격 미달인 사과가 10개 이상 13개 이하일 확률을 구하여라.

풀이

표본에 있는 100개의 사과 중 규격 미달인 것의 비율을 $\hat{p}$이라고 하면 구하는 확률은 $P(0.1 \le \hat{p} \le 0.13)$이다.

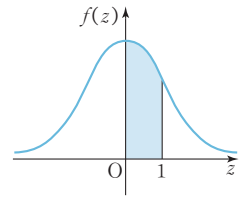
여기서 모비율 $p=0.1$이고 $n=100$은 충분히 크므로

$$Z=\frac{\hat{p}-p}{\sqrt{\frac{pq}{n}}}=\frac{\hat{p}-0.1}{\sqrt{\frac{0.1\times0.9}{100}}}=\frac{\hat{p}-0.1}{0.03}$$

은 표준정규분포 $N(0,\ 1)$에 가까워진다.

따라서 구하는 확률은

$$\begin{aligned}&P(0.1 \le \hat{p} \le 0.13)\\&=P\left(\frac{0.1-0.1}{0.03} \le Z \le \frac{0.13-0.1}{0.03}\right)\\&=P(0 \le Z \le 1)\\&=\mathbf{0.3413}\end{aligned}$$

스 스 로 하 기 /

1 어느 도시 주민의 20 %가 과체중이라고 한다. 이 도시에서 주민 100명을 임의추출할 때, 25명 이상이 과체중일 확률을 구하여라.

2 어떤 정책에 대하여 주민의 60 %가 찬성한다고 한다. 이 지역 주민 96명을 임의추출할 때, 그 정책에 대하여 찬성하는 사람이 48명 이상 60명 이하일 확률을 구하여라.

3 멘델의 유전법칙에 의하면 노란색과 녹색의 완두콩을 교배할 때, 제2세대에서 노란색의 완두콩이 나올 비율은 0.75이고 녹색의 완두콩이 나올 비율은 0.25이다. 제2세대의 완두콩 400개를 조사하였을 때, 노란색 완두콩의 비율이 0.7 이상 0.8 이하일 확률을 구하여라.

(단, 모든 계산은 소수 셋째 자리에서 반올림한다.)

05 모비율의 추정

알 아 보 기 / 모비율을 추정하여 보자.

모평균의 구간추정과 마찬가지로 모비율이 속해 있을 구간을 추정할 수 있다.

어느 모집단에서 크기 n인 표본을 임의추출하였을 때, 이 중에서 어떤 사건이 일어난 횟수를 확률변수 X라고 하면 표본비율 $\hat{p}=\dfrac{X}{n}$는 n이 충분히 클 때 정규분포 $\mathrm{N}\left(p,\ \dfrac{pq}{n}\right)$에 가까워진다.

따라서 $Z=\dfrac{\hat{p}-p}{\sqrt{\dfrac{pq}{n}}}$는 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$에 가까워진다.

또 n이 충분히 클 때 $\hat{p}$의 분산 $\dfrac{pq}{n}$에서 미지의 값인 p, q 대신에 표본비율을 대입한 $Z=\dfrac{\hat{p}-p}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}$도 표준정규분포 $\mathrm{N}(0,\ 1)$에 가까워진다는 것이 알려져 있다.

$q=1-p$이므로 $\hat{q}=1-\hat{p}$

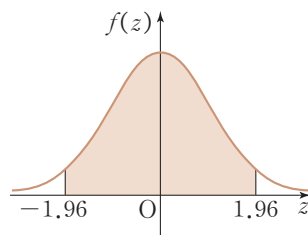
그러므로 표준정규분포표에서

$\mathrm{P}(-1.96\leq Z\leq 1.96)=0.95$

이고, 이 식은 다음과 같이 나타낼 수 있다.

$$\mathrm{P}\left(-1.96\leq \dfrac{\hat{p}-p}{\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}}\leq 1.96\right)$$

$$=\mathrm{P}\left(\hat{p}-1.96\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\leq p\leq \hat{p}+1.96\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\right)$$

$$=0.95$$

일반적으로 모비율 p를 구간추정하면 다음과 같다.

모비율 p의 구간추정

(1) 신뢰도 95 %로 추정: $\hat{p}-1.96\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\leq p\leq \hat{p}+1.96\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$

(2) 신뢰도 99 %로 추정: $\hat{p}-2.58\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}\leq p\leq \hat{p}+2.58\sqrt{\dfrac{\hat{p}\hat{q}}{n}}$

함께 하기 /

1 어느 지방 자치 단체에서 새로운 정책을 개발하고 시행하기에 앞서 이 정책에 대한 주민의 선호도를 조사하기로 하였다. 지역 주민 400명을 임의추출하여 이 정책에 대한 선호도를 조사하였더니, 220명이 찬성한다고 응답하였다. 전체 주민의 몇 %가 이 정책을 찬성할 것인지를 신뢰도 95 %로 구간추정하여라. (단, 소수 넷째 자리에서 반올림한다.)

풀이

$n=400$, 표본비율 $\hat{p}=\frac{220}{400}=0.55$이고, $n\hat{p}\geq 5$이므로 표본비율 $\hat{p}$의 분포는 근사적으로 정규분포를 따른다.

따라서 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 신뢰구간의 양 끝값은

$$\hat{p}-1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}=0.55-1.96\sqrt{\frac{0.55\times0.45}{400}}$$
$$\fallingdotseq 0.55-0.049=0.501$$
$$\hat{p}+1.96\sqrt{\frac{\hat{p}\hat{q}}{n}}=0.55+1.96\sqrt{\frac{0.55\times0.45}{400}}$$
$$\fallingdotseq 0.55+0.049=0.599$$

따라서 전체 주민의 **50.1 %~59.9 %**가 이 정책을 찬성할 것으로 추정된다.

오른쪽 계산에서 $\pm0.049(=\pm4.9\ \%)$는 여론 조사를 발표할 때 나오는 오차의 한계랍니다.

스스로 하기 /

1 어느 주차장에 주차된 승용차 중 100대를 임의추출하여 조사하였더니 흰색 차량은 36대였다. 이 지역에서 운행되는 전체 승용차 중 흰색 차량의 비율 p를 신뢰도 99 %로 구간추정하여라.

2 어느 지역의 실업률을 조사하기 위하여 이 지역의 해당 주민 중 1600명을 임의추출하였다. 이 중 96명이 실업자라고 할 때, 이 지역의 실업률 p를 신뢰도 95 %로 구간추정하여라.

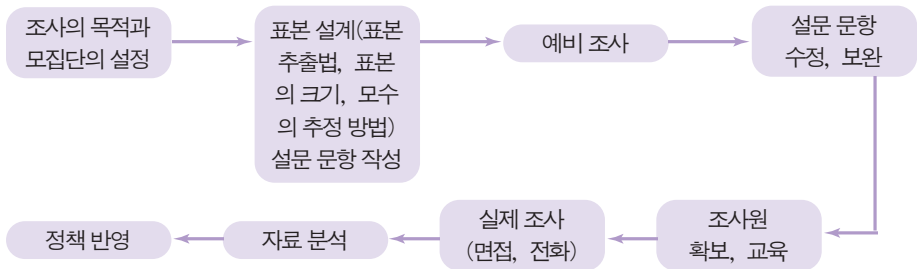
(단, 소수 넷째 자리에서 반올림한다.)

여론 조사와 그 결과 읽기

1. 여론 조사의 뜻과 과정

민주주의의 기본은 국민의 뜻에 따라 사회와 국가를 운영하는 것이다. 이때, 국민의 뜻을 객관적이면서 구체적으로 파악하는 것이 중요한데, 그 수단으로써 여론 조사가 많이 쓰인다.

영국의 정치학자인 브라이스(Bryce, J.)는 이미 19세기 말에 민주주의의 발전에서 마지막 단계는 국민의 의지가 즉시 파악될 때 비로소 이루어진다고 예견하였다. 오늘날은 통계적 기법의 발전, 정보 통신 기술의 발달, 시민 의식의 제고 등에 힘입어 어떤 사건에 대한 여론 조사는 거의 순식간에 매우 정확하게 이루어지고 있다. 예를 들면 투표의 종료 시각과 동시에 출구 조사를 통해 당선자를 예측한다. 이와 같이 여론 조사는 처음에는 정치적 문제에서 출발하였으나 현재는 사회 · 과학 분야뿐만 아니라 기업 경영에도 많이 활용되고 있다.

여론 조사의 대부분은 표본조사로 이루어지는데, 그 과정을 살펴보면 다음과 같다.

2. 여론 조사와 그 결과 발표에 필요한 사항

여론 조사의 결과는 정확해야 하고, 신뢰할 수 있어야 한다. 이러한 정확성과 신뢰성을 확보하기 위하여 여론 조사를 시행하고 그 결과를 발표할 때, 다음 사항을 제시하여야 한다.

- 필수 사항: 조사 기관명, 조사 대상, 조사 시기, 유효 표본의 크기와 구체적인 조사 지역
- 권장 사항: 표본추출 방법, 조사 방법(면접, 전화, 인터넷 등), 설문지, 무응답자의 비율

3. 우리나라의 대표적 여론 조사 기관

- http://www.gallup.co.kr
- http://www.kric.com

모 둠 학 습

*각 모둠별로 토론하여 모둠 과제를 해결한 후, 발표자가 그 결과를 발표해 보세요.

- **학습 목표**_ 모비율의 신뢰구간을 구할 수 있다.
- **학습 방법**_ 신문, 방송, 인터넷에 발표된 여론 조사의 자료를 찾아보고, 각 모둠 과제를 해결한다.
- **모둠의 구성**_ 각자가 속한 모둠에 대하여 다음 표에 적어 보자.

모둠 이름	모둠 인원: 명 으뜸이: 발표자:
	모둠 구성원 이름:

| 모둠 과제1 | 오른쪽에 제시한 '원자력 발전에 대한 여론 조사' 에 대하여 다음을 알아보자.

❶ 조사 대상: ____________

❷ 표본의 크기: ____________

❸ 신뢰도(신뢰수준): ____________

❹ 오차 범위: ____________

| 모둠 과제2 | '원자력 발전 비중을 늘려야 한다.' 라는 항목에 대하여 67.5 %가 찬성하였다.

이때, 오차 범위 ± 3.1 %, 즉 ± 0.031은 최대 오차 허용 범위인 $1.96\sqrt{\dfrac{0.5\times0.5}{1000}}$ 로 계산한 것이다.

이 항목에 대한 모비율 p를 신뢰도 95 %로 구간추정하면

$$\square - 0.031 \le p \le \square + 0.031$$

이다. $\square$ 안에 알맞은 수를 써넣어 보자.

국민 3명 중 2명이 원전 확대 찬성 (원자력 여론 조사 결과)

국민 3명 중 2명은 '원전 비중을 현재보다 늘려야 한다(67.5%).' 는 의견에 찬성하고, 거주지 내 원전 건설에 대해서도 '찬성하거나 지역 투자 규모를 보고 결정하겠다(67.4 %).' 는 의견을 피력하였다.

항목		비율
원자력 발전이 필요하다.		92.5 %
원자력 발전소가 안전하다.		63.4 %
원자력 발전 비중을 늘려야 한다.		67.5 %
원전 거주지 수용	거주 지역 내 원전 건설에 찬성한다.	34.6 %
	지역 발전 투자 금액을 보고 결정하겠다.	32.8 %

여론 조사 개요
- 조사 기간: 2008년 7월 12일
- 조사 대상: 전국 19세 이상 성인 남녀 1000명
- 오차 범위: 95 % 신뢰수준, 오차 범위 ± 3.1 %

| 모둠 과제3 | '원자력 발전소가 안전하다.' 는 항목에 대한 모비율 p를 신뢰도 95 %로 구간추정하여 보자.

논술/수행평가 과제

1. 신뢰도(신뢰수준) 95 %의 뜻을 말하여 보자.
2. 여러 가지 여론 조사의 자료를 찾아보고, 신뢰구간을 구하여 보자.

새로 나온 용어와 기호: 확률변수, 확률분포, 기댓값, 분산, 표준편차, 이항분포, 정규분포, 표준화, 모집단, 표본, 전수조사, 표본조사, 임의추출, 모평균, 표본평균, 모비율, 표본비율, 구간추정, $E(X)$, $V(X)$, $\sigma(X)$, $B(n, p)$, $N(m, \sigma^2)$, $N(0, 1)$

확률변수의 평균과 표준편차

의사소통

1 한 개의 주사위를 던져서 1의 눈이 나오면 100원, 2의 눈이 나오면 200원, $\cdots$, 6의 눈이 나오면 600원을 받는다고 하자. 350원을 지불하고 주사위를 한 번 던질 때, 받는 금액에서 지불한 금액을 뺀 값을 확률변수 X원이라고 하자. 이때, X의 평균과 표준편차를 구하여라.

눈	1	2	3	4	5	6
금액(원)	100	200	300	400	500	600
X(원)	-250	-150	-50	50	150	250

이항분포

계산

2 어느 핸드볼 선수의 슛 성공률이 60 %라고 한다. 이 선수가 한 시합에서 10회의 슛을 시도할 때, 성공 횟수의 평균과 표준편차를 구하여라.

정규분포의 활용

이해

3 어떤 과수원에서 생산된 포도 한 송이의 무게는 평균 168.5 g, 표준편차 5.5 g인 정규분포를 따른다고 한다. 이 과수원에서 생산된 포도 중 50송이를 조사할 때, 무게가 174 g 이상인 것은 약 몇 송이인가?

(단, 소수 첫째 자리에서 반올림한다.)

모평균의 추정

문제 해결

4 어떤 화훼 농가에서 생산하는 꽃의 개화 시간은 표준편차가 10시간인 정규분포를 따른다고 한다. 이 농가에서 생산한 꽃 100송이의 개화 시간을 조사하였더니 표본평균이 96시간이었다. 이 농가에서 생산하는 꽃의 평균 개화 시간 m(시간)을 신뢰도 95 %로 구간추정하여라.

모비율의 추정

문제 해결

5 어느 회사에서는 신제품을 시장에 내놓기에 앞서 이 제품의 선호도를 조사하기로 하였다. 625명을 임의추출하여 신제품의 선호도를 조사하였더니, 375명이 좋다고 응답하였다. 전체 국민의 몇 %가 이 신제품을 좋아할 것인지를 신뢰도 95 %로 구간추정하여라.

(단, 소수 넷째 자리에서 반올림한다.)

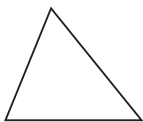
V 도형과 그래프

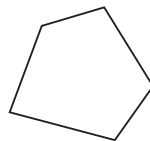
고속 국도망이나 철도망을 나타내는 지도는 경로를 사실적으로 묘사하기보다는 도시와 도시 사이의 연결 관계에 초점을 두고 단순화하여 그린다. 이와 같이 점과 선으로 단순화하여 나타낸 그림을 활용하면 실생활의 여러 가지 상황을 표현하고 문제를 효율적으로 해결하는 데 도움이 된다.

단원을 시작하기 전에

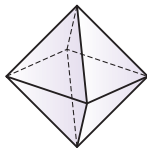
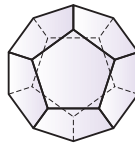
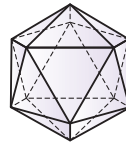
다각형의 꼭짓점과 변

1 다음 도형의 꼭짓점과 변의 개수를 각각 구하여라.

(1)

(2)

(3)

입체도형

2 다음 정다면체의 이름을 말하여라.

(1)

(2)

(3)

정다면체의 성질

3 정다면체에 대하여 다음 표를 완성하여라.

정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양	정삼각형				
면의 개수		6			
모서리의 개수			12		30
꼭짓점의 개수				20	

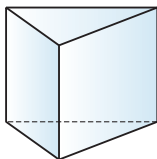
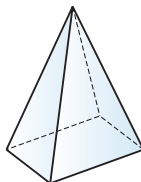
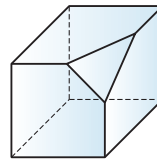
다면체의 꼭짓점과 모서리, 면

4 다음 다면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수를 각각 구하여라.

(1)

(2)

(3)

1

이 단원을 배우면

- 평면도형의 성질을 이해하고, 공통적인 특징을 설명할 수 있다.
- 입체도형에서 연결 상태가 같은 도형을 관찰하고, 공통적인 특징을 설명할 수 있다.
- 점과 선으로 이루어진 도형의 성질을 이해할 수 있다.
- 정다면체를 평면그래프로 나타낼 수 있다.
- 그래프를 이용하여 여러 가지 최적화 문제를 해결할 수 있다.

1 연결 상태가 같은 도형

학습 목표

- 연결 상태가 같은 평면도형에 대하여 안다.
- 연결 상태가 같은 입체도형에 대하여 안다.

다 가 서 기 / **도자기 만들기**

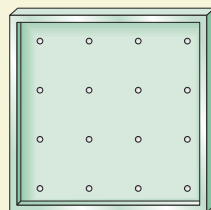
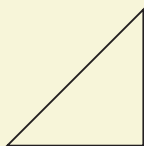
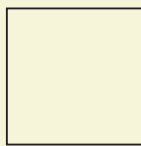
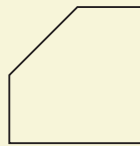
원기둥 모양의 진흙 덩어리는 도공의 손끝의 움직임에 따라 속이 빈 원기둥으로 바뀌고, 이것은 다시 곡선미가 넘치는 도자기로 바뀐다.

마찬가지로 수학에서도 선을 늘이거나 줄이거나 또는 구부려서 변형할 수 있으며, 다면체 모양을 자르거나 구멍을 내지 않고 잡아 당기거나 늘이거나 줄여서 다양한 모양으로 변형할 수 있다.

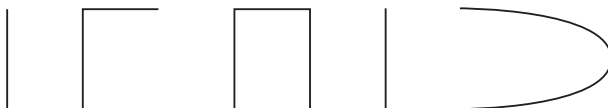
01 연결 상태가 같은 평면도형

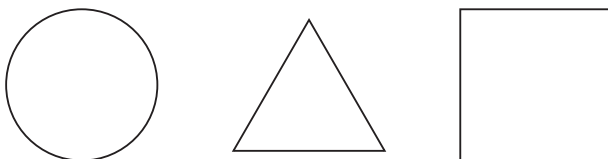
탐 구 하 기 / 고무 밴드로 여러 가지 모양 만들기

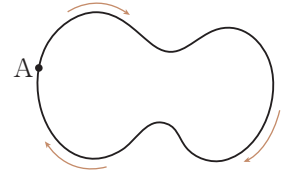
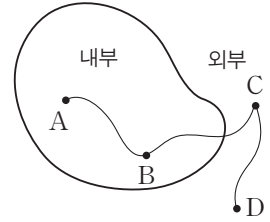
준비물
기하판, 고무 밴드

오른쪽 그림과 같이 16개의 못이 박혀 있는 기하판이 있다. 고무 밴드를 못에 걸어서 다음과 같은 모양을 각각 만들어 보자.

1.
2.
3.

알 아 보 기 / 연결 상태가 같은 평면도형에 대하여 알아보자.

한 도형을 잘라 내거나 이어 붙이지 않고, 늘이거나 줄이거나 구부려서 그 도형 위의 서로 다른 두 점이 겹치지 않도록 변형한 도형을 처음 도형과 연결 상태가 같은 도형이라고 한다.

이를테면 다음의 도형은 모두 연결 상태가 같은 도형이다.

연결 상태가 같은 두 도형은 크기나 모양은 달라도 그 선 위에 있는 점들의 순서는 변하지 않는다.

고무 밴드를 원기둥, 삼각기둥, 사각기둥에 각각 끼우면 다음과 같이 서로 연결 상태가 같은 도형이 된다.

이와 같이 점과 선으로 된 도형 중에서 연결 상태가 원과 같은 도형을 단일폐곡선이라고 한다.

단일폐곡선은 이 곡선 위의 한 점 A에서 출발하여 곡선을 따라 한쪽 방향으로 나아가면, 그 곡선 위의 모든 점을 한 번씩만 지나서 다시 출발점 A로 되돌아오게 된다.

한편 평면 위에 있는 단일폐곡선은 평면을 두 부분으로 나눈다. 이 두 부분 중에서 단일폐곡선으로 둘러싸여 있는 부분이 이 곡선의 내부이고 그렇지 않은 부분이 이 곡선의 외부이다.

단일폐곡선의 내부에 있는 두 점 또는 외부에 있는 두 점은 이 곡선과 만나지 않는 선으로 이을 수 있지만, 단일폐곡선의 내부에 있는 점과 외부에 있는 점을 이은 선은 이 곡선과 반드시 만나게 된다.

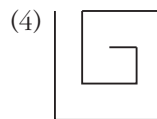
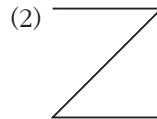
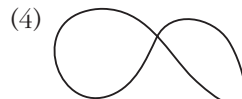
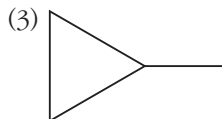
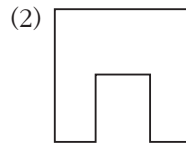
이를테면 위의 그림에서 내부에 있는 두 점 A와 B, 외부에 있는 두 점 C와 D는 단일폐곡선과 만나지 않는 선으로 이을 수 있다. 그러나 B와 C를 이은 선은 이 곡선과 반드시 만난다.

스스로 하기 /

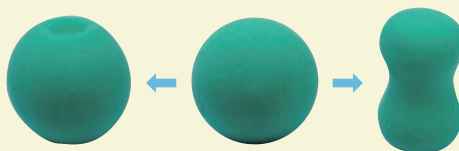
익힘책 128쪽 | 익힘책 130쪽 | 익힘책 131쪽

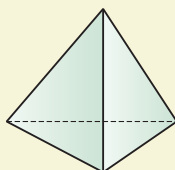
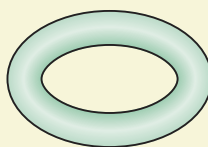
1 다음 도형 중 연결 상태가 같은 것끼리 짝지어라.

(1) (2)

(3) (4)

2 다음 도형 중 단일폐곡선을 모두 찾아라.

02 연결 상태가 같은 입체도형

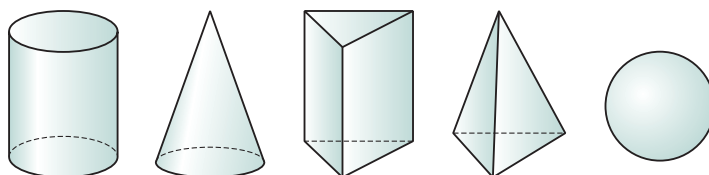
탐 구 하 기 / 찰흙으로 만드는 입체도형

구 모양의 찰흙을 겉면이 겹쳐지거나 잘리지 않도록 늘이거나 줄여서 다음과 같이 여러 가지 모양으로 변형할 수 있다.

이와 같은 방법으로 구 모양의 찰흙을 다음 도형으로 변형할 수 있는지 알아보자.

1.

2.

알 아 보 기 / 연결 상태가 같은 입체도형에 대하여 알아보자.

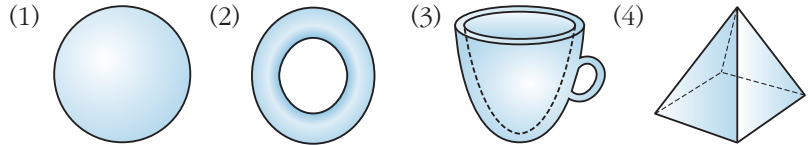
다음과 같이 구 모양의 찰흙을 손으로 눌러 다듬으면 육면체 모양으로 변형할 수 있다.

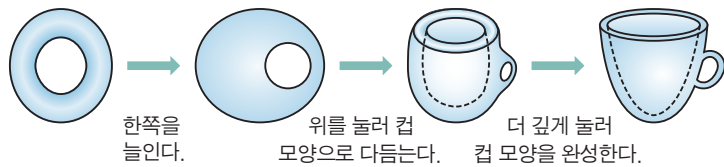
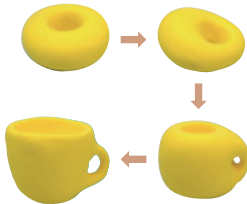
이와 같이 한 입체도형을 그 겉면이 겹쳐지거나 잘리지 않도록 늘이거나 줄여서 얻은 입체도형은 처음 입체도형과 연결 상태가 같은 도형이다.

그러므로 원기둥, 원뿔, 각기둥, 각뿔 등은 모두 구와 연결 상태가 같은 입체도형이다.

평면 위에 있는 단일폐곡선은 평면을 내부와 외부로 나눈다. 마찬가지로 구와 연결 상태가 같은 입체도형도 공간을 두 부분으로 나눈다. 이 중에서 입체도형으로 둘러싸인 부분이 입체도형의 내부이고, 그렇지 않은 부분이 외부이다.

함 께 하 기 /

1 다음 도형 중 연결 상태가 같은 것을 찾아라.

(1) (2) (3) (4)

풀이

도형 (1)과 (4)는 모두 구와 연결 상태가 같은 도형이다. 도형 (1)을 늘이거나 줄이거나 구부려서 도형 (2)와 (3)은 만들 수 없다. 그러나 도형 (2)는 다음 그림과 같이 도형 (3)으로 변형시킬 수 있으므로 (2)와 (3)은 서로 연결 상태가 같은 도형이다.

따라서 서로 연결 상태가 같은 도형은 **(1)과 (4), (2)와 (3)**이다.

스 스 로 하 기 /

1 다음 도형 중 연결 상태가 같은 것끼리 짝지어라.

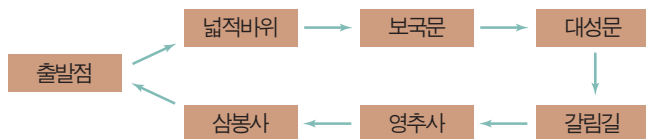
(1) (2) (3) (4)

2 그래프

학습 목표

- 그래프의 뜻을 안다.
- 한붓그리기를 할 수 있는 그래프의 특징을 안다.
- 정다면체를 평면그래프로 나타낼 수 있다.
- 연결된 평면그래프에서 꼭짓점, 변, 면의 개수 사이의 관계를 안다.
- 입체도형에서 꼭짓점, 모서리, 면의 개수 사이의 관계를 안다.

다 가 서 기 / 등산 코스

등산 코스를 지도에 표시하여 나타내는 경우도 있지만 다음과 같이 주요 지점 사이의 연결 상태로 간단히 나타낼 수도 있다.

이와 같이 일상생활에서 점과 선을 이용하여 연결 상태를 간단히 나타내는 경우가 많이 있다.

01 그래프의 뜻

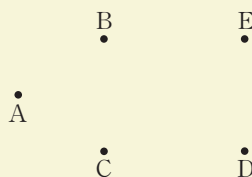
탐 구 하 기 / 항공기 취항 노선도

오른쪽 그림은 우리나라의 항공기 취항 노선도로, 두 지역을 오가는 항공기 노선이 있을 경우에 두 지역을 선으로 연결한 것이다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 김포, 광주, 제주, 부산, 양양을 각각 점 A, B, C, D, E로 다음과 같이 표시하자. 두 지역을 오가는 항공기 노선이 있을 때, 두 점 사이를 선분으로 연결하여 보아라.

B　　E

A

C　　D

2. 물음 1의 결과에서 연결된 선분이 가장 많은 점을 찾아라.

알 아 보 기 / 그래프의 뜻을 알아보자.

두 꼭짓점 사이에는 많아야 한 개의 변만 있고 같은 꼭짓점을 연결하는 변이 없는 그래프만 다룬다.

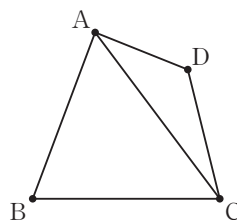
오른쪽 그림과 같이 점과 선으로 이루어진 그림을 **그래프**라고 한다. 그래프에서 점을 **꼭짓점**이라 하고, 꼭짓점을 연결한 선을 **변**이라고 한다.

꼭짓점은 A, B, C, …와 같이 나타내고 변은 양 끝의 꼭짓점을 이용하여 AB, AC, BC, …와 같이 나타낸다.

한편 그래프의 한 꼭짓점에서 이어진 변을 따라 변을 반복하지 않으면서 또 다른 꼭짓점으로 이동할 때, 순서대로 꼭짓점을 나열한 것을 **경로**라고 한다.

예를 들어 위의 그래프에서 A에서 C로 가는 경로는

AC, ABC, ADC

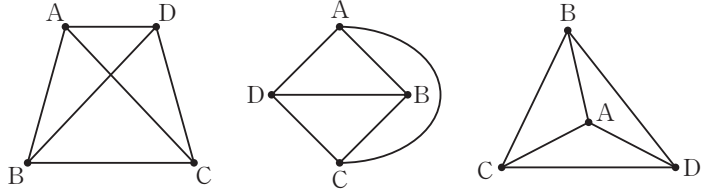
와 같이 3가지가 있다.

그래프에서 꼭짓점의 위치를 바꾸거나 변을 늘이거나 줄이거나 구부려서 두 그래프가 연결 상태가 같은 도형이 되면 두 그래프는 동형이라고 한다.

이를테면 꼭짓점의 집합이

$$\{A,\ B,\ C,\ D\}$$

이고, 변의 집합이

$$\{AB,\ AC,\ AD,\ BC,\ BD,\ CD\}$$

인 다음 세 그래프는 모두 동형이다.

즉, 꼭짓점의 위치와 변의 길이에 따라 다양한 그래프가 그려질 수 있지만 꼭짓점의 위치를 바꾸거나 변의 길이를 바꾸어 위의 그래프와 같아지면 모두 동형이다.

스스로 하기 /

1 다음과 같은 꼭짓점과 변의 집합을 가지는 그래프를 그려라.

(1) (꼭짓점의 집합)$=\{A,\ B,\ C\}$

(변의 집합)$=\{AB,\ BC\}$

(2) (꼭짓점의 집합)$=\{A,\ B,\ C,\ D\}$

(변의 집합)$=\{AB,\ AC,\ AD,\ BC\}$

(3) (꼭짓점의 집합)$=\{A,\ B,\ C,\ D,\ E\}$

(변의 집합)$=\{AB,\ AE,\ BC,\ BD,\ DE\}$

2 다음 그래프 중 서로 동형인 것을 모두 찾아라.

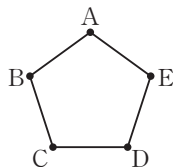
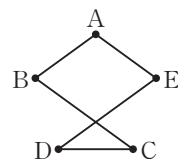
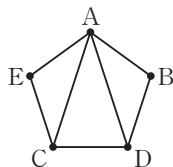
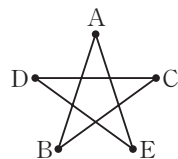
(1)

(2)

(3)

(4)

함 께 하 기 /

익힘책 128쪽 | 익힘책 130쪽 | 익힘책 131쪽

1 오른쪽 표는 사이클 동호회 회원인 성호, 주현, 광수, 현민, 정수가 동호회 홈페이지 대화방에서 만나 대화한 상대를 조사한 것이다. 성호, 주현, 광수, 현민, 정수를 각각 꼭짓점 A, B, C, D, E라 하고, 서로 대화한 두 사람을 변으로 연결하여 그래프로 나타내어라.

회원 이름	대화한 상대
성호	광수, 현민, 정수
주현	광수, 정수
광수	성호, 주현, 현민, 정수
현민	성호, 광수, 정수
정수	성호, 주현, 광수, 현민

풀이

5명이 각각 대화한 상대를 오른쪽 표와 같이 정리하면

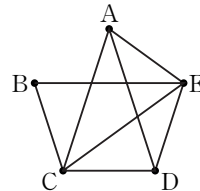
(꼭짓점의 집합)$=\{A, B, C, D, E\}$

(변의 집합)$=\{AC, AD, AE, BC, BE, CD, CE, DE\}$

따라서 그래프로 나타내면 다음과 같다.

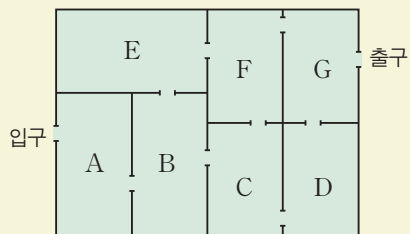
	A	B	C	D	E
A	╲		○	○	○
B		╲	○		○
C	○	○	╲	○	○
D	○		○	╲	○
E	○	○	○	○	╲

스 스 로 하 기 /

익힘책 128쪽 | 익힘책 130쪽 | 익힘책 131쪽

3 오른쪽 그림은 서울 지하철 노선도의 일부이다. 서울역, 종로3가, 동대문, 을지로3가, 충무로를 각각 꼭짓점 A, B, C, D, E라 하고, 두 역 사이를 다른 노선을 갈아타지 않고 직접 연결하는 노선이 있을 경우 변으로 연결하여 그래프로 나타내어라.

02 한붓그리기

탐 구 하 기 / 전시관 관람 순서

오른쪽 그림과 같이 7개 구역 A, B, C, D, E, F, G로 나누어진 전시관이 있다. 다음 물음에 답하여 보자.

1. 입구로 들어가 모든 전시 구역을 한 번씩만 지나서 출구로 나가는 경로를 그려 보아라.
2. 7개 구역 A, B, C, D, E, F, G를 각각 꼭짓점으로 하고, 두 구역 사이에 출입문이 있는 경우 변으로 연결하여 그래프로 나타내어라.
3. 물음 2의 그래프에서 A에서 출발하여 모든 변을 한 번씩만 지나 G까지 가는 경로가 존재하는지 말하여라.

알 아 보 기 / 한붓그리기에 대하여 알아보자.

연결된 그래프의 한 꼭짓점에서 출발하여 꼭짓점을 여러 번 지날 수 있지만 모든 변을 한 번씩만 지나 어느 한 꼭짓점으로 가는 경로가 있을 때, 이 그래프는 **한붓그리기**가 가능하다고 한다.

이를테면 다음 | 그래프1 | 은 꼭짓점 A에서 출발하여 모든 변을 지나 꼭짓점 C로 가는 경로

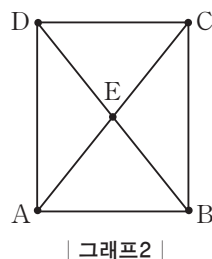
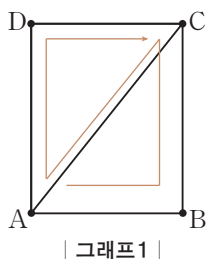
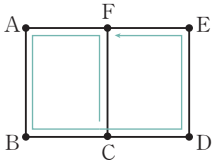
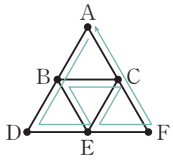
$$ABCADC$$

가 존재한다.

따라서 이 그래프는 한붓그리기가 가능하다.

그러나 | 그래프2 | 는 한붓그리기가 가능하지 않다.

| 그래프1 |

| 그래프2 |

그래프에서 짝수 개의 변과 연결된 꼭짓점을 짝수점이라 하고, 홀수 개의 변과 연결된 꼭짓점을 홀수점이라고 한다.

오른쪽 | 그래프3 | 에서 모든 꼭짓점은 짝수점이다.

이와 같이 모든 꼭짓점이 짝수점인 그래프는 어느 꼭짓점에서 출발하더라도 한붓그리기가 가능하다. 이때, 출발점과 도착점은 일치한다.

| 그래프3 |

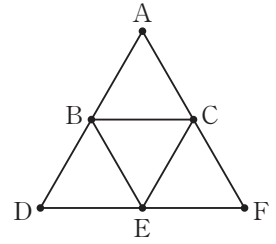
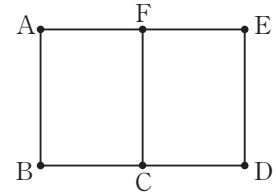
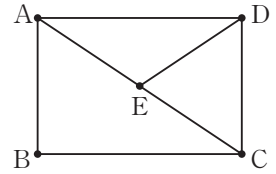
오른쪽 | 그래프4 | 에서 꼭짓점 A, B, D, E는 짝수점이고, 꼭짓점 C, F는 홀수점이다.

이와 같이 홀수점이 2개인 그래프에서는 한쪽 홀수점에서 출발하면 다른 홀수점이 도착점이 되는 한붓그리기가 가능하다.

그러나 짝수점에서 출발하면 한붓그리기가 가능하지 않다.

| 그래프4 |

오른쪽 | 그래프5 | 에서 꼭짓점 A, C, D, E는 홀수점이고, 꼭짓점 B는 짝수점이다.

이와 같이 홀수점이 3개 이상인 그래프는 한붓그리기가 가능하지 않다.

| 그래프5 |

일반적으로 한붓그리기가 가능한 그래프는 다음과 같다.

한붓그리기가 가능한 그래프

(1) 홀수점이 없는 그래프는 어떤 점에서 출발하여도 그 출발점에서 끝나는 한붓그리기가 가능하다.

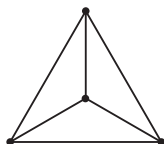
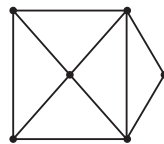
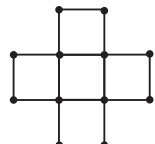
(2) 홀수점이 2개인 그래프는 한 홀수점에서 출발하여 다른 홀수점에서 끝나는 한붓그리기가 가능하다.

스스로 하기 /

익힘책 128쪽 | 익힘책 130쪽 | 익힘책 131쪽

1 다음 그래프 중 한붓그리기가 가능한 것을 모두 찾아라.

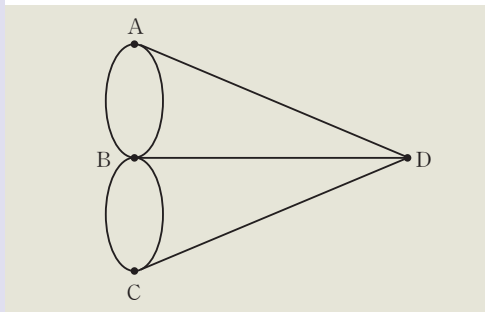
(1)
(2)
(3)

읽을거리

쾨니히스베르크의 다리

18세기경 독일의 쾨니히스베르크(Königsberg, 현재는 러시아의 칼리닌그라드)에는 프레겔(Pregel) 강이 흐르고, 강 복판에는 두 개의 섬이 도시와 7개의 다리로 연결되어 있었다.

그 당시에 쾨니히스베르크 시민 사이에 "7개의 다리를 차례로 한 번씩 모두 건너되, 같은 다리는 두 번 이상 건너지 않는 산책로가 있을까?" 하는 문제가 화제가 되었다고 한다.

이 문제는 1736년 스위스의 수학자 오일러(Euler, L. ; 1707~1783)에 의하여 몇개의 점과 이들 점을 이은 선으로 이루어진 그래프로 바뀌어 해결되었다.

A, B, C, D 네 지역을 점으로 나타내고, 7개의 다리를 이들 점을 잇는 선으로 나타내면 다음 그림과 같은 그래프가 된다.

그래프에서 A, B, C, D는 모두 홀수점이므로 이 그래프는 한붓그리기가 불가능하다.

즉, 같은 다리를 두 번 이상 건너지 않고, 7개의 다리를 모두 건너가는 산책로는 존재할 수 없다.

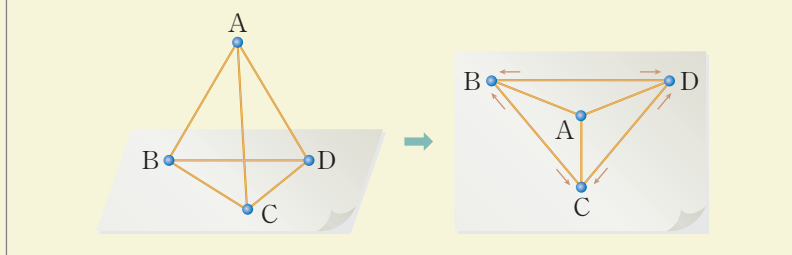
03 평면그래프와 정다면체

탐 구 하 기 / 정사면체의 그래프

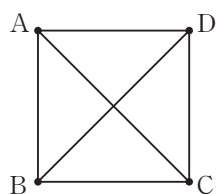
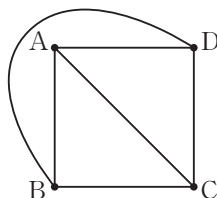
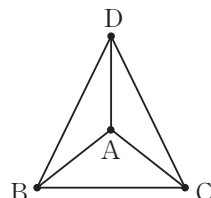
준비물
구멍 뚫린 구슬 4개, 고무줄, 가위, A4 용지

다음 순서에 따라 활동한 후 물음에 답하여 보자.

1단계 다음 그림과 같이 구멍 뚫린 4개의 구슬과 고무줄을 이용하여 정사면체를 만들고, A4 용지 위에 B, C, D 구슬이 닿도록 한다.

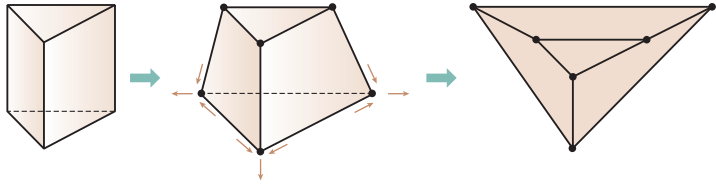
2단계 고무줄이 꼬이지 않도록 B, C, D 세 개의 구슬을 잡아 당겨 A, B, C, D 네 개의 구슬이 모두 A4 용지 위에 닿도록 한다.

1. A4 용지 위에 놓인 네 구슬을 꼭짓점으로 하고, 구슬을 연결하는 고무줄을 변으로 하는 그래프를 그려라.
2. 물음 1에서 그린 그래프에서 꼭짓점, 변의 개수를 구하여라.

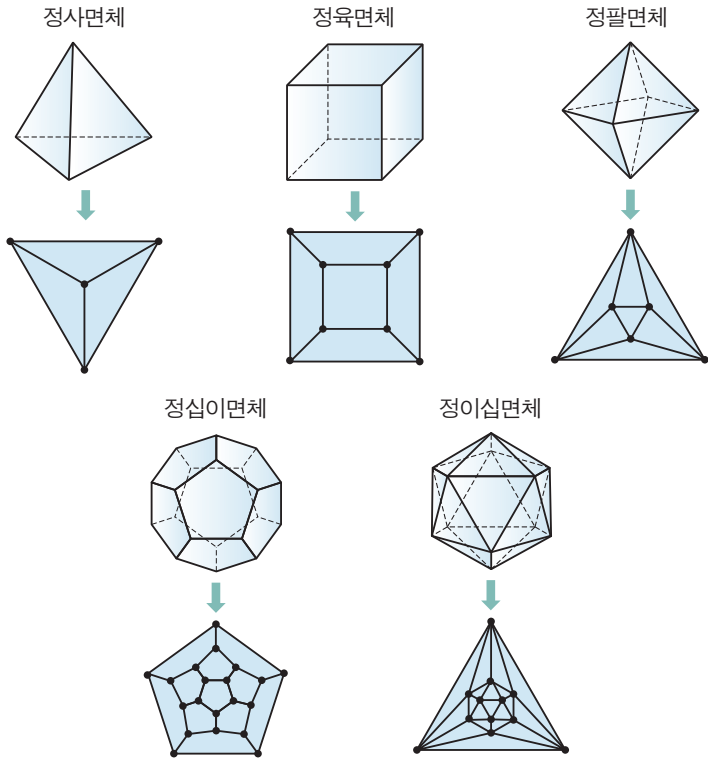
알 아 보 기 / 평면그래프에 대하여 알아보자.

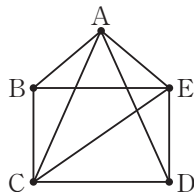
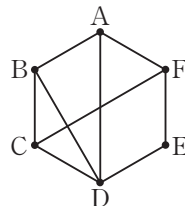
변이 꼭짓점에서만 만나도록 평면 위에 다시 그릴 수 있는 그래프를 평면그래프라고 한다. 다음 | 그림 1 | 의 그래프는 변 AC와 변 BD가 서로 엇갈려 있지만 이것을 | 그림 2 | 또는 | 그림 3 | 의 그래프와 같이 변이 꼭짓점에서만 만나도록 평면 위에 다시 그릴 수 있으므로 평면그래프이다.

| 그림 1 |

| 그림 2 |

| 그림 3 |

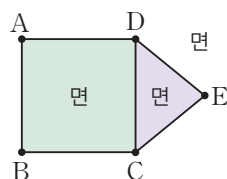
다음 그림과 같이 구와 연결 상태가 같은 다면체에서 그 다면체를 이루는 면 하나를 잘라 내고, 나머지 면을 늘여서 평면 위에 펼쳐 놓으면 꼭짓점과 모서리를 각각 꼭짓점과 변으로 하는 평면그래프가 된다.

이와 같은 방법으로 정다면체를 평면그래프로 나타내면 다음과 같다.

스스로 하기 /

1 다음 그래프와 연결 상태가 같은 평면그래프를 그려라.

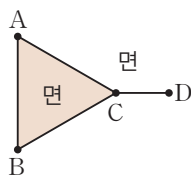
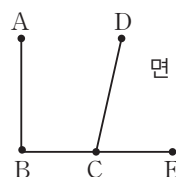
(1) (2)

04 연결된 평면그래프에서의 꼭짓점, 변, 면의 개수

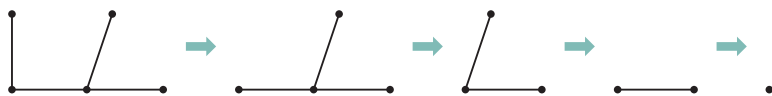
알 아 보 기 / 연결된 평면그래프에서 꼭짓점, 변, 면의 개수 사이의 관계를 알아보자.

평면은 평면그래프에 의하여 몇개의 영역으로 나누어진다. 이때, 나누어진 각각의 부분을 이 평면그래프의 면이라고 한다.

이를테면 오른쪽 평면그래프에는 3개의 면이 있다.

그래프의 면에는 변으로 둘러싸인 유한한 면과 변으로 둘러싸이지 않은 무한한 면이 있다.

위의 평면그래프에서 변 AB, 변 BC, 변 CD, 변 DA로 둘러싸인 면과 변 CE, 변 ED, 변 DC로 둘러싸인 면은 모두 유한한 면이고, 변 AB, 변 BC, 변 CE, 변 ED, 변 DA로 이루어진 오각형의 바깥쪽은 하나의 무한한 면으로 생각한다.

| 보기 | | **그림1** | 의 평면그래프에는 유한한 면과 무한한 면이 각각 1개씩 있고, | **그림2** | 의 평면그래프에는 무한한 면만 1개 있다.

| **그림1** |　　| **그림2** |

변으로 둘러싸인 유한한 면이 없는 연결된 평면그래프에서 한 꼭짓점과 그 꼭짓점에 연결된 한 변을 소거하는 일을 되풀이하면 결국 한 개의 꼭짓점만 남게 된다.

따라서 유한한 면이 없는 연결된 평면그래프에서 꼭짓점의 개수를 v, 변의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 하면

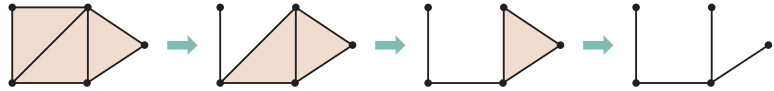
$$e=v-1,\ f=1$$

이므로

$$v-e+f=v-(v-1)+1=2$$

의 관계가 성립한다.

한편 유한한 면이 있는 연결된 평면그래프에서 유한한 면을 이루는 변 하나를 지우면 그 유한한 면이 없어진다. 이러한 과정을 계속하면 유한한 면이 없는 그래프를 만들 수 있다.

다음 그림은 유한한 면 3개를 없애기 위해서 변 3개를 지운 것이다.

일반적으로 유한한 면이 있는 연결된 평면그래프에서 꼭짓점의 개수를 v, 변의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 할 때, 이 그래프에서 유한한 면을 없애도 꼭짓점의 개수 v는 변하지 않는다. 그러나 변의 개수는 유한한 면의 개수만큼 적어지므로 유한한 면이 없는 연결된 평면그래프로 만들었을 때의 변의 개수는 $e-(f-1)$이 되고 면의 개수는 1이 된다.

따라서 v, e, f 사이에 다음의 관계가 성립함을 알 수 있다.

$$v-\{e-(f-1)\}+1=2 \qquad \therefore v-e+f=2$$

이상을 정리하면 다음과 같다.

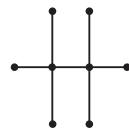
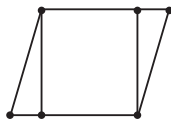
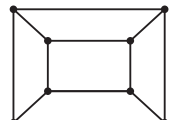
연결된 평면그래프의 꼭짓점, 변, 면의 개수

꼭짓점의 개수를 v, 변의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 하면

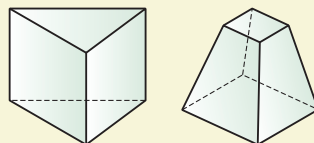
$$v-e+f=2$$

스스로 하기 /

1 다음 그래프에서 꼭짓점의 개수를 v, 변의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 할 때, $v-e+f=2$가 성립함을 확인하여라.

(1) (2) (3)

2 다음 그래프에서 꼭짓점의 개수를 v, 변의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 할 때, $v-e+f=2$가 성립함을 확인하여라.

(1) (2) (3)

05 입체도형에서의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수

탐 구 하 기 / 다면체의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수

오른쪽 다면체의 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 할 때, 다음 표를 완성하여 보자.

다면체	꼭짓점의 개수 (v)	모서리의 개수 (e)	면의 개수 (f)	$v-e+f$
삼각기둥				
사각뿔대				

알 아 보 기 / 입체도형에서의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수 사이의 관계를 알아보자.

구와 연결 상태가 같은 다면체에서 꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 하자.

이 다면체에서 면 하나를 잘라 내고 나머지 면을 늘여서 평면에 펼쳐 평면그래프를 만들 수 있다. 이때, 잘라낸 면을 평면그래프에서 무한한 면으로 생각하면 꼭짓점, 변, 면의 개수는 모두 변하지 않는다.

따라서 v, e, f 사이에

$$v-e+f=2$$

의 관계가 성립함을 알 수 있다.

이상을 정리하면 다음과 같다.

튜브와 연결 상태가 같은 입체도형은

$$v-e+f=0$$

의 관계가 성립한다.

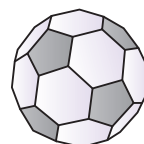
구와 연결 상태가 같은 입체도형의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수

꼭짓점의 개수를 v, 모서리의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 하면

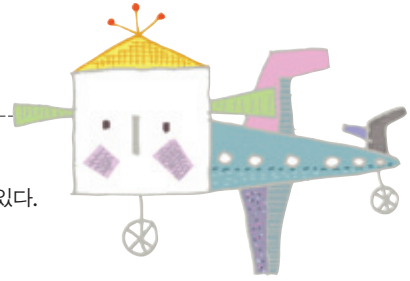
$$v-e+f=2$$

스 스 로 하 기 /

익힘책 128쪽 | 익힘책 130쪽 | 익힘책 131쪽

1 오른쪽 그림과 같은 입체도형에서 꼭짓점의 개수 v와 면의 개수 f는 각각 $v=60$, $f=32$이다. 이때, 모서리의 개수 e를 구하여라.

3 그래프와 최적화

학습 목표

• 그래프를 이용하여 여러 가지 최적화 문제를 해결할 수 있다.

다 가 서 기 / **일의 순서 정하기**

생산 관리, 재고 관리, 수송 문제 등에서 그래프를 이용하면 효율적으로 의사 결정을 할 수 있다.

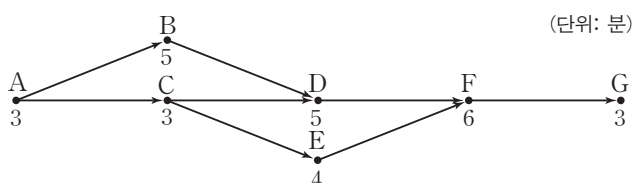
또 작업의 순서를 정하거나 최적의 경로를 찾아 문제를 해결하는 데에도 그래프를 활용할 수 있다.

01 그래프를 이용한 의사 결정 최적화

알 아 보 기 / 그래프를 이용하여 의사 결정을 하여 보자.

여러 가지 일을 순서를 정하여 실행하는 문제나 계획을 세우는 문제는 각 작업을 꼭짓점으로 하고, 두 작업 사이의 선후 관계를 화살표로 표시하여 그래프로 나타내면 작업 일정을 보다 쉽게 파악할 수 있다. 이때, 전체 작업을 마치기 위해 필요한 최소의 시간은 시작에서 마지막 작업까지의 경로 중에서 작업 시간이 가장 긴 경로로 결정된다.

이를테면 어떤 공장에서 한 개의 상품을 만들기 위해 필요한 최소의 시간을 구하려고 한다.

필요한 작업 A, B, C, D, E, F, G에 각각 걸리는 시간과 작업의 순서를 그래프로 나타내면 다음과 같다고 하자.

이때, A에서 G로 가는 모든 경로와 걸리는 시간은 다음과 같다.

$$A \rightarrow B \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G: 22(\text{분})$$
$$A \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow F \rightarrow G: 20(\text{분})$$
$$A \rightarrow C \rightarrow E \rightarrow F \rightarrow G: 19(\text{분})$$

따라서 공장에서 한 개의 상품이 만들어지기 위해 필요한 최소의 시간은 22분이다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 134쪽 | 익힘책 135쪽 | 익힘책 136쪽

1 어느 회사에서 대리점을 개설하기로 하였다. 오른쪽 표는 대리점을 개설하는 데 필요한 작업과 각 작업에 걸리는 시간 및 작업의 순서 관계를 나타낸 것이다. 대리점 개설을 끝마치는 데 필요한 최소의 시간은 며칠인지 구하여라.

	작업	작업 시간 (일)	먼저 해야 할 작업
A	사무실 선정	5	없음
B	사무 집기 구입	3	A
C	통신 장비 설치	4	A
D	사무실 꾸미기	2	B, C
E	사무실 홍보	4	D
F	입주	1	D

알 아 보 기 / 단일폐곡선이 없는 연결된 그래프를 이용하여 의사 결정을 하여 보자.

변에 어떤 값을 가지는 그래프로 나타낸 후 변의 값의 합을 최소로 하면서 단일폐곡선이 없는 연결된 그래프로 만드는 문제로 모형화할 수 있는 문제는 다음과 같은 방법으로 해결한다.

단일폐곡선이 없는 연결된 그래프를 수형도라 하고, 연결된 그래프에서 적당히 변을 삭제하여 얻은 수형도를 생성수형도라고 한다.

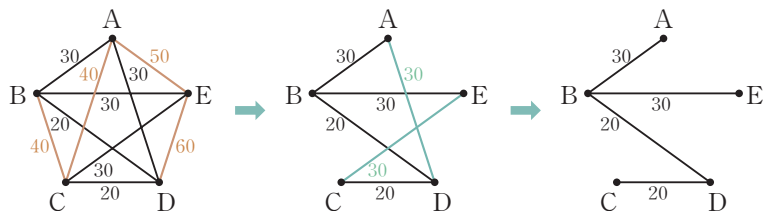
❶ 그래프에서 가장 큰 값을 가지는 변을 제거한다. 그러나 연결된 그래프가 되지 않으면 그 다음 큰 값을 가지는 변을 제거한다. 이때, 같은 값을 가지는 변이 있으면 그 중 임의로 한 변을 제거한다.
❷ 남은 그래프가 단일폐곡선이 없는 연결된 그래프인지를 확인한다.
❸ 단일폐곡선이 있으면 ❶로 되돌아간다.
❹ 단일폐곡선이 없으면 이 과정을 끝낸다.

이를테면 다섯 주택 A, B, C, D, E에 가스 공급을 위하여 배관 작업을 하려고 한다. 두 주택 사이의 배관을 위한 비용이 오른쪽 표와 같고, 모든 주택에 가스가 공급되도록 최소의 비용으로 배관 작업을 하려고 할 때, 배관 연결 방법은 다음과 같이 찾을 수 있다.

(단위: 만 원)

	A	B	C	D	E
A		30	40	30	50
B	30		40	20	30
C	40	40		20	30
D	30	20	20		60
E	50	30	30	60	

❶ 각 주택을 꼭짓점으로 하고, 연결되는 배관을 변으로 하는 그래프를 그린 후, 각 변에 배관에 필요한 비용을 써넣는다.
❷ 가장 큰 값을 가지는 변 DE를 제거하고, 큰 값을 가지는 순서대로 변 AE, 변 AC, 변 BC를 제거한다.
❸ 남은 변 중에서 가장 큰 값을 가지는 변 AB, 변 AD, 변 BE, 변 CE 중에서 2개를 제거하여 단일폐곡선이 없는 연결된 그래프를 만든다.

가장 작은 값을 가지는 순서대로 변을 택하면서 각 꼭짓점을 이어 단일폐곡선이 없는 연결된 그래프를 만들어 갈 수도 있다.
즉, 변 BD와 변 CD를 택한 후 변 AB, 변 AD, 변 BE, 변 CE 중에서 변 AB와 변 BE를 택한다.

따라서 배관 작업에 드는 최소 비용은

$$30+30+20+20=100(\text{만 원})$$

이다.

함 께 하 기 /

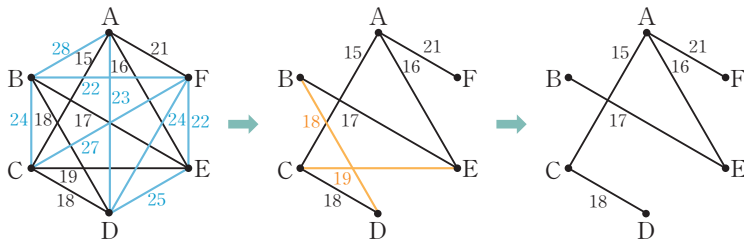
익힘책 134쪽 | 익힘책 135쪽 | 익힘책 136쪽

1 오른쪽 표는 어느 마을의 여섯 가구 A, B, C, D, E, F 사이에 통신 케이블을 설치하는 데 드는 비용을 나타낸 것이다. 모든 집이 통신이 될 수 있도록 케이블을 설치할 때, 최소 비용을 구하여라.

(단위: 만 원)

	A	B	C	D	E	F
A		28	15	23	16	21
B	28		24	18	17	22
C	15	24		18	19	27
D	23	18	18		25	24
E	16	17	19	25		22
F	21	22	27	24	22	

풀이

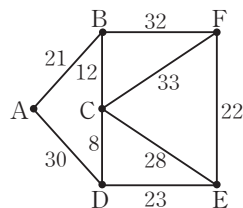
각 집을 꼭짓점으로 하고 연결되는 통신 케이블을 변으로 하는 그래프를 그린 후, 각 변에 통신 케이블 설치에 필요한 비용을 써넣는다.
가장 큰 비용이 드는 변 AB를 제거하고, 비용이 많이 드는 순서대로 변 CF, 변 DE, 변 BC, 변 DF, 변 AD, 변 BF, 변 EF를 제거한다.
다음으로 변 AF를 소거하면 꼭짓점 F가 떨어지므로 변 AF는 제거하지 않고, 6개의 꼭짓점이 단일폐곡선 없이 연결되도록 변 CE와 변 BD를 제거한다.

따라서 통신 케이블 설치에 드는 최소 비용은

$$15+18+16+17+21=\mathbf{87}$$**(만 원)**

스 스 로 하 기 /

2 오른쪽 그래프는 어느 마을의 여섯 가구 A, B, C, D, E, F 사이에 수도관을 설치하는 데 드는 비용을 나타낸 것이다. 모든 집에 수돗물이 공급되도록 수도관을 설치할 때, 최소 비용을 구하여라.

(단위: 만 원)

알 아 보 기 / 그래프의 꼭짓점의 색칠 문제를 이용하여 의사 결정을 하여 보자.

그래프에서 이웃하는 꼭짓점이 서로 다른 색을 갖도록 그 그래프의 모든 꼭짓점을 색칠하는 것을 꼭짓점의 적절한 색칠이라 하고, 이때 필요한 최소의 색의 수를 구하는 것을 꼭짓점의 색칠 문제라고 한다.

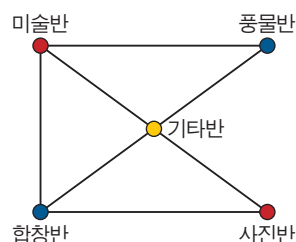
꼭짓점의 색칠 문제를 이용하여 의사 결정을 하는 방법을 알아보자.

오른쪽 표는 A, B, C, D, E 다섯 사람이 각각 참가하는 5개의 동아리를 나타낸 것이다. 동아리 발표를 준비하기 위하여 각 동아리는 1시간씩 모임을 갖기로 하였다. 각 동아리 회원이 모두 참석할 수 있도록 일정을 정할 때, 5개의 동아리의 모임을 모두 마치려면 최소한 몇 시간이 필요한지 알아보자.

동아리	회원
미술반	A, C, D
사진반	B, E
합창반	A, B, E
기타반	B, D
풍물반	C, D

각 동아리를 꼭짓점으로 하여 같은 사람이 회원으로 있는 동아리를 변으로 연결하면 오른쪽과 같은 그래프를 그릴 수 있다.

이때, 이 그래프를 적절하게 색칠하는 데 필요한 최소의 색의 수는 3가지이다.

같은 색으로 색칠한 동아리는 동시에 모임을 가질 수 있으므로 최소한 3시간이 필요하다.

변으로 연결된 동아리는 동시에 모임을 가질 수 없다.

스 스 로 하 기 /

익힘책 134쪽 | 익힘책 135쪽 | 익힘책 136쪽

3 오른쪽 표는 6개의 화학 물질에 대하여 함께 보관할 수 없는 화학 물질을 나타낸 표이다. 꼭짓점의 색칠 문제를 이용하여, 6개의 화학 물질을 보관하는 창고의 수의 최솟값을 구하여라.

화학 물질	함께 보관할 수 없는 화학 물질
A	B, C, E
B	A, C, E, F
C	A, B, D
D	C
E	A, B
F	B

어떤 화학 물질끼리는 서로 반응하기 쉬워서 사고 방지를 위하여 따로 보관하여야 하는 경우가 있다.

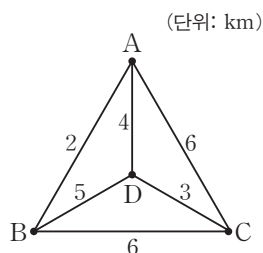
알 아 보 기 / 단일폐곡선을 이용하여 최적의 경로를 알아보자.

한 지점을 출발하여 이동 거리의 합을 최소로 하면서 여러 곳을 방문하고 처음 출발점으로 되돌아오는 문제는, 그래프에서 각 변의 값의 합이 최소가 되는 단일폐곡선 경로를 찾는 문제이다.

일반적으로 그래프에서 각 변의 값의 합이 최소 또는 최대가 되는 경로를 **최적의 경로**라고 한다. 최적의 경로를 결정하는 효과적인 알고리즘은 알려져 있지 않으므로 가능한 모든 경로를 확인하여야 한다.

예를 들어 어느 택배 운송 차량이 A 지점을 출발하여 B, C, D 지점을 모두 방문하고 다시 A 지점으로 돌아오는 최소의 경로를 알아보자.

A, B, C, D 각 지점을 꼭짓점으로 하고, 두 꼭짓점 사이를 변으로 연결한 후 각 변에 두 지점 사이의 거리를 써넣어 그래프로 나타내면 오른쪽과 같다고 하자.

(단위: km)

이때, 모든 경로의 이동 거리를 구하여 보면 다음과 같다.

$A \to B \to C \to D \to A$: $2+6+3+4=15$ (km)

$A \to D \to C \to B \to A$: $4+3+6+2=15$ (km)

$A \to C \to B \to D \to A$: $6+6+5+4=21$ (km)

$A \to D \to B \to C \to A$: $4+5+6+6=21$ (km)

$A \to B \to D \to C \to A$: $2+5+3+6=16$ (km)

$A \to C \to D \to B \to A$: $6+3+5+2=16$ (km)

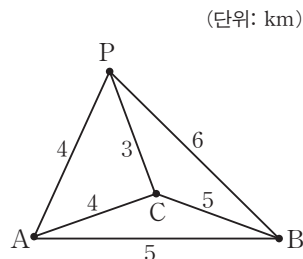
따라서 $A \to B \to C \to D \to A$ 또는 $A \to D \to C \to B \to A$의 순서로 방문할 때, 이동 거리가 최소이다.

이때, 이동 거리의 최솟값은 15 km이다.

A에서 가장 가까운 B로, B에서 C, D 중 가까운 D로, D에서 C를 거쳐 A로 돌아오는 경우가 최솟값이 아니네?!

스 스 로 하 기 /

4 오른쪽 그림은 우체국 P와 세 지역 A, B, C 사이의 거리를 변 위에 써넣은 그래프이다. 우체부가 P에서 출발하여 A, B, C 지역을 지나 다시 P로 돌아올 때, 이동 거리의 최솟값을 구하여라.

(단위: km)

의사소통

그래프의 뜻

1 다음과 같은 꼭짓점과 변의 집합을 가지는 그래프를 그려라.

(꼭짓점의 집합)={A, B, C, D, E}

(변의 집합)={AB, AD, AE, BC, BD, DE}

이해

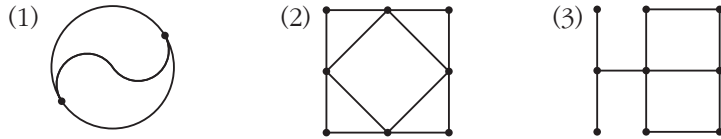
한붓그리기

2 다음 그래프 중 한붓그리기가 가능한 것을 모두 찾아라.

(1)

(2)

(3)

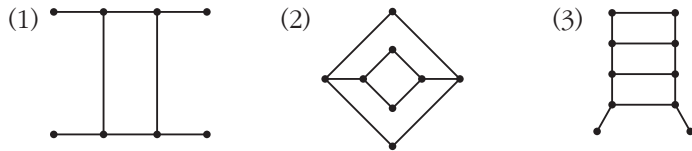
이해

꼭짓점, 변, 면의 개수

3 다음 그래프에서 꼭짓점의 개수를 v, 변의 개수를 e, 면의 개수를 f라고 할 때, $v-e+f$의 값을 구하여라.

(1)

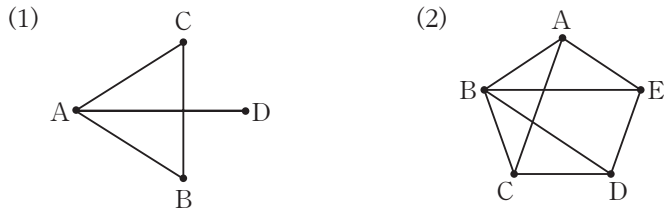
(2)

(3)

이해

평면그래프

4 다음 그래프와 연결 상태가 같은 평면그래프를 그려라.

(1)

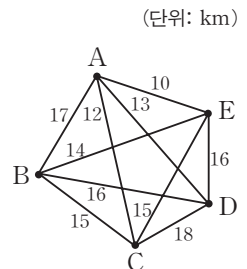
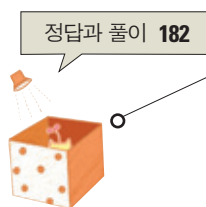
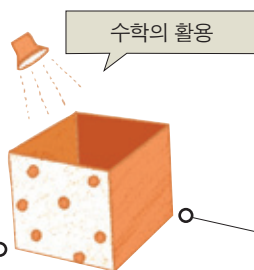
(2)

의사소통

전선 설치

5 오른쪽 그래프는 다섯 마을 A, B, C, D, E 사이의 거리를 나타낸 것이다. 모든 마을에 전기가 공급되도록 전선을 설치할 때, 설치되는 전선의 최소 길이를 구하여라.

(단위: km)

수학의 활용
정답과 풀이 182

부록

Ⅰ. 명제와 논리

단원을 시작하기 전에 P. 10

1 (2) 거짓인 명제 (4) 참인 명제

2 (1) 사자는 식물이다. (거짓)
(2) 어떤 평행사변형은 직사각형이 아니다. (참)

3 (1) 역: $x=1$이면 $x^2=1$이다.
이: $x^2 \neq 1$이면 $x \neq 1$이다.
대우: $x \neq 1$이면 $x^2 \neq 1$이다.
(2) 역: n^2이 짝수이면 n도 짝수이다.
이: n이 짝수가 아니면 n^2도 짝수가 아니다.
대우: n^2이 짝수가 아니면 n도 짝수가 아니다.

4 (1) 충분조건 (2) 필요조건
(3) 필요충분조건

1. 합성명제와 논리 회로

1. 합성명제

01. 진릿값

탐구하기 / P. 13

1 거짓 **2** 참

3 참 **4** 참

스스로 하기 / P. 13

1 (1) 참(T) (2) 거짓(F) (3) 거짓(F) (4) 참(T)

02. 논리곱

스스로 하기 / P. 15

1 (1) 사슴은 동물이고, 장미는 식물이다. 참(T)
(2) 독도는 동해에 있고, 백령도는 서해에 있다. 참(T)
(3) 0은 정수가 아니고, 2는 소수이다. 거짓(F)

03. 논리합

탐구하기 / P. 16

달은 낮이나 밤에 볼 수 있다.

스스로 하기 / P. 17

1 (1) 당근은 채소이거나 사과는 과일이다. 참(T)
(2) 개구리는 포유류이거나 뱀은 파충류이다. 참(T)

04. 명제의 부정과 진릿값의 관계

탐구하기 / P. 18

이 학생은 숙제를 안 하지 않았다. 즉, 부정의 부정이므로 이 학생은 숙제를 했다는 뜻이 된다.

스스로 하기 / P. 19

1 (1) $7 \times 8 \neq 56$, 거짓(F)
(2) 해는 동쪽에서 뜨지 않는다. 거짓(F)
(3) 외삼촌과 아버지는 형제가 아니다. 참(T)
(4) 마라톤은 올림픽 종목이다. 참(T)

2

p	q	$\sim p$	$\sim p \vee q$
T	T	F	T
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	T

2. 쌍조건문

01. 동치명제

탐구하기 / P. 21

1

p	q	$p \vee q$	$\sim(p \vee q)$
T	T	T	F
T	F	T	F
F	T	T	F
F	F	F	T

2

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$
T	T	F	F	F
T	F	F	T	F
F	T	T	F	F
F	F	T	T	T

스스로 하기 / P. 21

1 (1)

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$	$\sim(p \vee \sim q)$
T	T	F	T	F
T	F	T	T	F
F	T	F	F	T
F	F	T	T	F

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$
T	T	F	F
T	F	F	F
F	T	T	T
F	F	T	F

모든 경우에 대하여 두 합성명제의 진릿값이 같으므로 $\sim(p \vee \sim q)$와 $\sim p \wedge q$는 서로 동치명제이다.

(2)

p	q	$\sim p$	$\sim p \wedge q$	$\sim(\sim p \wedge q)$
T	T	F	F	T
T	F	F	F	T
F	T	T	T	F
F	F	T	F	T

p	q	$\sim q$	$p \vee \sim q$
T	T	F	T
T	F	T	T
F	T	F	F
F	F	T	T

모든 경우에 대하여 두 합성명제의 진릿값이 같으므로 $\sim(\sim p \wedge q)$와 $p \vee \sim q$는 서로 동치명제이다.

02. 조건문

스스로 하기 / P. 22

1 (1) 한강이 동해로 흐르면 낙동강은 남해로 흐른다. 참(T)

(2) 남극에 육지가 있으면 북극에도 육지가 있다. 거짓(F)

03. 쌍조건문

스스로 하기 / P. 23

1 (1) 거짓(F) (2) 참(T)

3. 논리 회로

01. 논리 회로

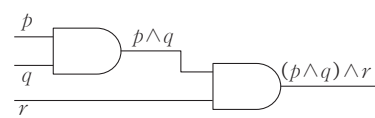
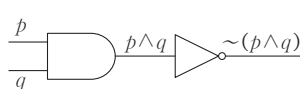
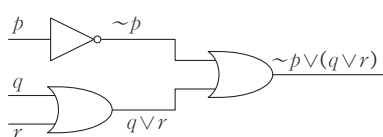
탐구하기 / P. 25

1

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

2 명제 p와 q의 모든 경우에 대하여 논리곱 $p \wedge q$의 진릿값은 p의 진릿값과 q의 진릿값을 곱한 값과 같다.

스스로 하기 / P. 27

1

2 (1)

(2)

중단원 확인하기 P. 28

1 (1) 논리곱: 정삼각형은 이등변삼각형이고, 마름모는 정사각형이다. 거짓(F)
논리합: 정삼각형은 이등변삼각형이거나, 마름모는 정사각형이다. 참(T)

(2) 논리곱: 한글의 모음은 7개이고, 영어의 모음은 3개이다. 거짓(F)
논리합: 한글의 모음은 7개이거나, 영어의 모음은 3개이다. 거짓(F)

2 (1)

p	q	$p \vee q$
T	T	T
T	F	T
F	T	T
F	F	F

p	q	$\sim p$	$\sim q$	$\sim p \wedge \sim q$	$\sim(\sim p \wedge \sim q)$
T	T	F	F	F	T
T	F	F	T	F	T
F	T	T	F	F	T
F	F	T	T	T	F

모든 경우에 대하여 두 합성명제의 진릿값이 같으므로 $p \vee q$와 $\sim(\sim p \wedge \sim q)$는 서로 동치명제이다.

(2)

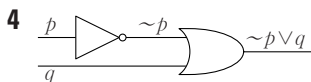
p	q	$p \longleftrightarrow q$	$\sim(p \longleftrightarrow q)$
T	T	T	F
T	F	F	T
F	T	F	T
F	F	T	F

p	q	$\sim p$	$q \longrightarrow \sim p$	$\sim p \longrightarrow q$	$(q \longrightarrow \sim p) \wedge (\sim p \longrightarrow q)$
T	T	F	F	T	F
T	F	F	T	T	T
F	T	T	T	T	T
F	F	T	T	F	F

모든 경우에 대하여 두 합성명제의 진릿값이 같으므로
$\sim(p \longleftrightarrow q)$와 $(q \longrightarrow \sim p) \wedge (\sim p \longrightarrow q)$
는 서로 동치명제이다.

3 런던이 독일에 있으면 워싱턴은 영국에 있고, 워싱턴이 영국에 있으면 런던은 독일에 있다. 참(T)

4

5 $\sim(\sim p \wedge q)$

Ⅱ. 지수와 로그

단원을 시작하기 전에 P. 32

1 (1) $m+n$ (2) mn

2 (1) $x=\sqrt{2}$ 또는 $x=-\sqrt{2}$
(2) $x=2$ 또는 $x=-1\pm\sqrt{3}i$

3 (1) 6 (2) 10

4 (1) 1×10^4 (2) $1\times\frac{1}{10^3}$
(3) 2.7×10^3 (4) $8\times\frac{1}{10^2}$

5 (1) $5+0.3$ (2) $-1+0.6$
(3) $-2+0.8$

1. 지수와 로그

1. 지수

01. 거듭제곱의 뜻과 지수법칙

탐구하기 / P. 35

1 2^{33}자
2 2^{23}쪽

스스로 하기 / P. 35

1 (1) a^8 (2) a^{20} (3) $\frac{b}{a^3}$

02. 거듭제곱근

스스로 하기 / P. 37, 38

1 (1) 11, -11 (2) 4 (3) -3

2 (1) 2 (2) -4 (3) 2

3 (1) 2 (2) 2 (3) 3
(4) 0.2 (5) 9 (6) $\frac{3}{2}$

03. 정수 지수의 정의

탐구하기 / P. 39

$0,\ -1,\ -2,\ -3$

스스로 하기 / P. 39

1 (1) 1 (2) 1 (3) $\frac{1}{9}$ (4) 8

04. 유리수 지수의 정의

스스로 하기 / P. 40

1 (1) $5^{\frac{2}{5}}$ (2) $0.1^{\frac{5}{2}}$ (또는 $10^{-\frac{5}{2}}$) (3) $2^{-\frac{3}{4}}$

2 (1) $\sqrt[3]{3}$ (2) $\sqrt[4]{5^{-3}}$ (3) $\frac{1}{\sqrt{7^3}}$ (또는 $\sqrt{7^{-3}}$)

05. 실수 지수의 정의

스스로 하기 / P. 41

1 (1) 4.728804388 (2) 9 (3) 31.5442807 (4) 1.632526919

2. 로그

01. 로그의 뜻

탐구하기 / P. 43

$-1,\ 2,\ 3,\ 4$

스스로 하기 / P. 44

1 (1) $5=\log_2 32$ (2) $0=\log_3 1$ (3) $\frac{1}{3}=\log_8 2$

2 (1) $2^4=16$ (2) $3^{-1}=\frac{1}{3}$ (3) $5^{\frac{1}{2}}=\sqrt{5}$

3 (1) 3 (2) -4 (3) 6 (4) -4 (5) -2 (6) -3

02. 로그의 성질

탐구하기 / P. 45

1 $a=\log_2 16,\ b=\log_2 64,\ c=\log_2 1024$

2 $b,\ c$

스스로 하기 / P. 46

1 (1) $2b$ (2) $1-a$ (3) $2a+b$

2 (1) 5 (2) -1

03. 로그의 밑의 변환

탐구하기 / P. 47

1 $x=\log_3 5$

2 $\dfrac{\boxed{\log_{10} 5}}{\boxed{\log_{10} 3}}$

스스로 하기 / P. 48

1 (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{3}$

2 $\frac{1}{4}$

3 (1) $\frac{2b}{3a}$ (2) $\frac{1}{a}-1$

04. 상용로그

스스로 하기 / P. 49

1 (1) 0.0899 (2) 0.4969

05. 상용로그의 지표와 가수

탐구하기 / P. 50

1 3, 3, 3, 3.3010

2 -1, -1, -1, -0.6990

스스로 하기 / P. 51, 52

1 (1) 지표: 2, 가수: 0.6222
(2) 지표: -1, 가수: 0.6222

2 (1) 3.7536 (2) $\bar{3}.7536$
(3) 1.3768

3 (1) 78자리 정수 (2) 소수 넷째 자리

4 $\sqrt{10}$ W

중단원 확인하기 P. 54

1 (1) 1000의 세제곱근을 x라고 하면
$x^3=1000$
$x^3-10^3=0$
$(x-10)(x^2+10x+10^2)=0$
$\therefore x=10$ 또는 $x=-5\pm5\sqrt{3}i$
따라서 1000의 세제곱근 중 실수인 것은 10이다.
(2) 81의 네제곱근을 x라고 하면
$x^4=81$
$x^4-3^4=0$
$(x-3)(x+3)(x^2+9)=0$
$\therefore x=\pm3$ 또는 $x=\pm3i$
따라서 81의 네제곱근 중 실수인 것은 -3 또는 3이다.

2 (1) $\sqrt{5^3}\times\sqrt[4]{5}=5^{\frac{3}{2}}\times5^{\frac{1}{4}}$
$=5^{\frac{3}{2}+\frac{1}{4}}=5^{\frac{7}{4}}$
(2) $a^{-\sqrt{3}}\times(a^{\sqrt{3}})^4\div(a^{\sqrt{3}}\times a^{2\sqrt{3}})$
$=a^{-\sqrt{3}}\times a^{4\sqrt{3}}\div(a^{\sqrt{3}+2\sqrt{3}})$
$=a^{-\sqrt{3}+4\sqrt{3}-3\sqrt{3}}$
$=a^0=1$
(3) $\log\sqrt{0.1}=\log0.1^{\frac{1}{2}}=\log10^{-\frac{1}{2}}=-\frac{1}{2}$
(4) $\log_3 7\times\log_7 9=\frac{\log_3 7}{\log_3 3}\times\frac{\log_3 9}{\log_3 7}$
$=\frac{\log_3 9}{\log_3 3}$
$=\frac{2\log_3 3}{\log_3 3}$
$=2$

3 (1) $\log 8.75=0.9420$이므로
$\log 87.5=\log(8.75\times10)$
$=\log8.75+\log10$
$=0.9420+1$
$=1.9420$
$\therefore x=1.9420$
(2) $\log 5.87=0.7686$이고,
$\log x=\bar{3}.7686$에서 $\log x$의 지표는 -3이므로 x는 소수 셋째 자리에서 처음으로 0이 아닌 숫자가 나타난다.
$\therefore x=0.00587$

4 $a=999$, $b=0.01$이므로
$ab=9.99$

5 1일 동안 사용한 수돗물의 양은
$5\times1+100\log1=5\ (\mathrm{m}^3)$
5일 동안 사용한 수돗물의 양은
$5\times5+100\log5=25+100\times0.7$
$=25+70$
$=95\ (\mathrm{m}^3)$
따라서 5일 동안 사용한 수돗물의 양은 1일 동안 사용한 수돗물의 양의 19배이다.

2. 지수함수와 로그함수

1. 지수함수와 그 그래프

01. 지수함수의 뜻

탐구하기 / P. 57

$\frac{1}{4}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{16}$

스스로 하기 / P. 57

1 (2), (4)

02. 지수함수의 그래프와 그 성질

스스로 하기 / P. 59

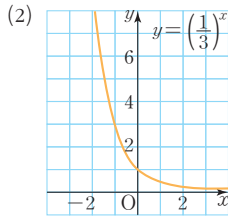
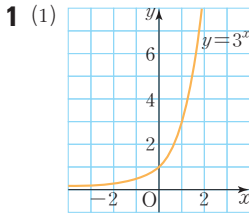
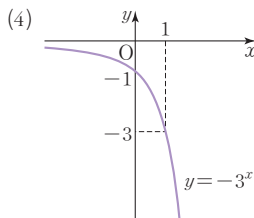
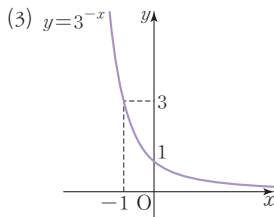
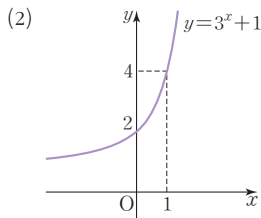
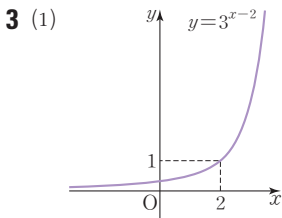
1 (1)

(2)

2 (1) $\sqrt[5]{3}<\sqrt[4]{9}$　　(2) $\sqrt{0.2}>\sqrt[3]{0.04}$

3 (1)

(2)

(3)

(4)

2. 로그함수와 그 그래프

01. 로그함수의 뜻

탐구하기 / P. 61

2.0, 4.0

스스로 하기 / P. 61

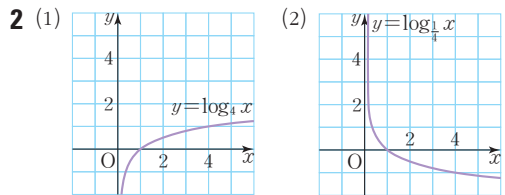
1 (1) -1　(2) 0　(3) 1　(4) 5

02. 로그함수의 그래프와 성질

스스로 하기 / P. 63

1 (1) 정의역은 양의 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.
또 x절편은 $(1, 0)$이고, 점근선은 $x=0$이다.
(2) 정의역은 양의 실수 전체의 집합이고, 치역은 실수 전체의 집합이다.
또 x절편은 $(1, 0)$이고, 점근선은 $x=0$이다.

2 (1)

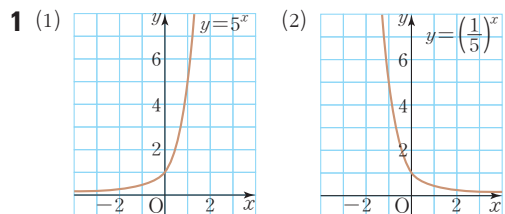
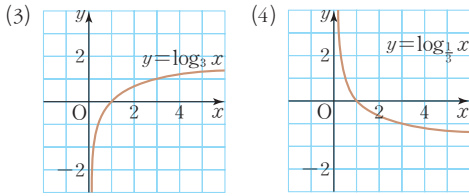
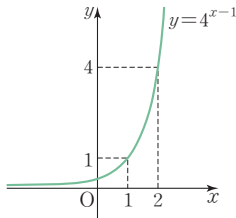
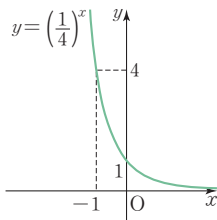
(2)

3 (1) $\log_3 5<\log_3 6$　　(2) $\log_{\frac{1}{3}} 2>\log_{\frac{1}{3}} \sqrt{5}$

중단원 확인하기　P. 64

1 (1) $y=5^x$

(2)

(3)

(4)

2 (1) $y=4^{x-1}$의 그래프는 $y=4^x$의 그래프를 x축의 방향으로 1만큼 평행이동한 것이다.

(2) $y=\left(\frac{1}{4}\right)^x$의 그래프는 $y=4^x$의 그래프를 y축에 대하여 대칭이동한 것이다.

3 $\sqrt[3]{25}=5^{\frac{2}{3}}$, $\sqrt[4]{125}=5^{\frac{3}{4}}$이고 $\frac{2}{3}<\frac{3}{4}$이므로

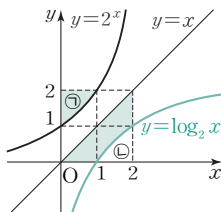
$\sqrt[3]{25}<\sqrt[4]{125}$

또 $\log_2 8=3=\sqrt[3]{27}=\sqrt[4]{81}$이므로

$\sqrt[3]{25}<\log_2 8<\sqrt[4]{125}$

4 $y=2^x$의 그래프와 $y=\log_2 x$의 그래프는 직선 $y=x$에 대하여 대칭이므로 오른쪽 그림에서 ㉠과 ㉡의 넓이는 같다.

따라서 구하는 넓이는

$\frac{1}{2}\times2\times2=2$

5 규모 x 이상인 지진이 1년에 평균 한 번 발생하므로 주어진 식에 $M=x$, $N=1$을 대입하면

$\log 1=5.4-0.9x$

$\therefore x=6$

Ⅲ. 수열

단원을 시작하기 전에 P. 68

1 (1)

(2)

2 (1) 4, 7　　(2) 8, 64

3 (1) $2x^2(x+1)$

(2) $(x-1)(x^4+x^3+x^2+x+1)$

4 (1) $x=3$, $y=2$

(2) $x=1$, $y=\frac{16}{3}$ 또는 $x=2$, $y=5$

5 (1) $f(1)=2$, $f(2)=7$

(2) $g(1)=6$, $g(3)=24$

1. 등차수열과 등비수열

1. 등차수열

01. 수열의 뜻

탐구하기 / P. 71

20, 35

스스로 하기 / P. 72

1 (1) $a_4=7$, $a_5=11$

(2) $a_4=\frac{1}{7}$, $a_5=\frac{1}{9}$

2 (1) 규칙: 근호 안의 숫자에 1부터 1씩 더하여 나열한다.

$\sqrt{7}$, $2\sqrt{2}$, 3, $\sqrt{10}$

(2) 규칙: 분자의 숫자에 1부터 1씩 더하고, 분모의 숫자에 2부터 1씩 더하여 나열한다.

$\frac{7}{8}$, $\frac{8}{9}$, $\frac{9}{10}$, $\frac{10}{11}$

3 (1) −1, 1, 3, 5　　(2) 2, 5, 10, 17

02. 등차수열의 뜻

탐구하기 / P. 73

스스로 하기 / P. 73

1 (1) 공차: 4

$8,\ 12,\ \boxed{16},\ 20,\ \cdots$

(2) 공차: -3

$10,\ \boxed{7},\ 4,\ \boxed{1},\ \cdots$

03. 등차수열의 일반항

스스로 하기 / P. 74, 75

1 (1) $a_n=5n-2$ (2) $a_n=-3n+5$

(3) $a_n=-2n+1$ (4) $a_n=6n-5$

2 (1) $a_n=4n-2$

(2) $a_n=6n-7$

3 (1) $x=9,\ y=21$

(2) $x=6,\ y=15,\ z=24$

04. 등차수열의 합

탐구하기 / P. 76

$$1+2+3+\cdots+20=\frac{20\times21}{2}=210$$

스스로 하기 / P. 77

1 (1) 2000 (2) -490

2 (1) $n(n+1)$ (2) $\frac{n(3n-7)}{2}$

3 675석

2. 등비수열

01. 등비수열의 뜻

탐구하기 / P. 79

1 64개

2 23시간 50분

스스로 하기 / P. 79

1 (1) 공비: -3

$2,\ -6,\ \boxed{18},\ \boxed{-54},\ \cdots$

(2) 공비: $\frac{1}{3}$

$9,\ \boxed{3},\ \boxed{1},\ \frac{1}{3},\ \cdots$

02. 등비수열의 일반항

스스로 하기 / P. 80, 81

1 (1) $a_n=3^n$ (2) $a_n=\left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$

2 $a_n=5\cdot3^{n-1}$

3 $\frac{1+\sqrt{5}}{2}$

03. 등비수열의 합

탐구하기 / P. 82

63

스스로 하기 / P. 83

1 (1) $3\cdot(2^n-1)$

(2) $\frac{1-(-3)^n}{4}$

(3) $1-\left(\frac{1}{2}\right)^n$

(4) $(\sqrt{2}+1)\{(\sqrt{2})^n-1\}$

2 $a_n=2^{2n-1}$

중단원 확인하기 P. 84

1 (1) 공차: 2, 일반항: $2n-3$
(2) 공차: -3, 일반항: $-3n+13$

2 (1) 첫째항을 a, 공차를 d라고 하면
$a_3=a+2d=-5$ ······ ㉠
$a_9=a+8d=43$ ······ ㉡
㉡−㉠을 하면 $6d=48$ $\therefore d=8$
$d=8$을 ㉠에 대입하면
$a+16=-5$ $\therefore a=-21$
따라서 첫째항이 -21, 공차가 8인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은
$\dfrac{n\{2\times(-21)+(n-1)\times 8\}}{2}$
$=n(4n-25)$
(2) 첫째항을 a, 공차를 d라고 하면
$a_{10}=a+9d=61$ ······ ㉠
$\dfrac{10(a+a+9d)}{2}=340$ ······ ㉡
㉠을 ㉡에 대입하면
$\dfrac{10(a+61)}{2}=340$ $\therefore a=7$
$a=7$을 ㉠에 대입하면 $7+9d=61$ $\therefore d=6$
따라서 첫째항이 7, 공차가 6인 등차수열의 첫째항부터 제n항까지의 합은
$\dfrac{n\{2\times 7+(n-1)\times 6\}}{2}=n(3n+4)$

3 (1) 공비: $\sqrt{3}$, 일반항: $3^{\frac{n-1}{2}}$
(2) 공비: $-\dfrac{1}{3}$, 일반항: $\left(-\dfrac{1}{3}\right)^{n-1}$

4 (1) $1=1$
$1+3=2^2$
$1+3+5=3^2$
$1+3+5+7=4^2$
⋮
$\therefore 1+3+5+\cdots+(2n-1)=n^2$
(2) $\dfrac{1}{2}, \left(\dfrac{1}{2}\right)^2, \left(\dfrac{1}{2}\right)^3, \cdots$을 차례로 색칠하여 보면 색칠한 부분의 넓이는 각각
$\dfrac{1}{2}=\dfrac{1}{2}$
$\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^2$
$\dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^3=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$
⋮
$\dfrac{1}{2}$부터 n 번째 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$까지 칠하면 색칠하지 않은 부분은 $\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$이다.
$\therefore \dfrac{1}{2}+\left(\dfrac{1}{2}\right)^2+\left(\dfrac{1}{2}\right)^3+\cdots+\left(\dfrac{1}{2}\right)^n=1-\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$

5 첫째항이 10이고, 공비가 $\dfrac{1}{2}$인 등비수열의 일반항 a_n은 $a_n=10\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{n-1}$
따라서 8번째 그림의 넓이는
$a_8=10\cdot\left(\dfrac{1}{2}\right)^{8-1}=\dfrac{10}{2^7}=\dfrac{5}{64}$ (cm^2)

2. 수열의 합

1. 수열의 합과 그 활용

01. 합의 기호 $\sum$

탐구하기 / P. 87

1 $3+6+9+12+15$ **2** $1+4+9+16+25$

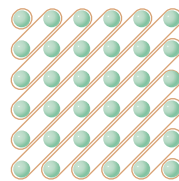
스스로 하기 / P. 87, 88

1 (1) $\sum_{k=1}^{10}(3k-2)$ (2) $\sum_{k=1}^{n}3^{k-1}$

2 (1) $4+7+10+\cdots+31$
(2) $2+2^2+2^3+\cdots+2^{10}$
(3) $1^4+2^4+3^4+4^4+5^4$

3 (1) 200 (2) -160

02. 자연수의 거듭제곱의 합

탐구하기 / P. 89

$1+2+3+4+5+6+5+4+3+2+1=6^2=36$

스스로 하기 / P. 90

1 (1) 385 (2) 3025
(3) 105 (4) 1185

2 (1) $\dfrac{n(n+1)(2n-5)}{6}$

(2) $\dfrac{n(n+1)(n+2)(3n+1)}{12}$

03. 계차수열의 뜻과 활용

탐구하기 / P. 91

1 $a_5=15,\ a_6=21$

2 $a_{n+1}=a_n+n+1$

스스로 하기 / P. 91, 92

1 (1) 첫째항이 1이고, 공차가 4인 등차수열
(2) 첫째항이 5이고, 공비가 5인 등비수열

2 (1) $a_n=\dfrac{3}{2}n^2-\dfrac{5}{2}n+2$ (2) $a_n=\dfrac{1}{2}n^2-\dfrac{3}{2}n+2$

(3) $a_n=2^{n-1}+1$ (4) $a_n=\dfrac{1}{2}(3^{n-1}-3)$

04. 원리합계

스스로 하기 / P. 93, 94

1 2,100,000원 **2** 4,014,677원

3 3,421,423원

모둠 학습 P. 95

❶

원리합계
$a_1=$ $x\times1.05^{10}$
$a_2=$ $x\times1.05^{9}$
$a_3=$ $x\times1.05^{8}$
⋮
$a_9=$ $x\times1.05^{2}$
$a_{10}=$ $x\times1.05$

❷ $S=a_1+a_2+a_3+\cdots+a_9+a_{10}$

$=a_{10}+a_9+a_8+\cdots+a_2+a_1$

$=x\times1.05+x\times1.05^2+x\times1.05^3+\cdots$
$+x\times1.05^{10}$

$=\dfrac{1.05x(1.05^{10}-1)}{1.05-1}$

$=21x(1.05^{10}-1)$

$=21x(1.63-1)$

$=13.23x$

❸ $13.23x=100,000,000$

$\therefore\ x=7,558,579$(원)

중단원 확인하기 P. 96

1 (1) $1+2+2^2+2^3+\cdots+2^{20}=\sum_{k=1}^{21}2^{k-1}$

(2) $1+3+5+7+9+\cdots+99=\sum_{k=1}^{50}(2k-1)$

2 (1) $1\cdot2+2\cdot3+3\cdot4+\cdots+10\cdot11$

$=\sum_{k=1}^{10}k(k+1)=\sum_{k=1}^{10}k^2+\sum_{k=1}^{10}k$

$=\dfrac{10\cdot11\cdot21}{6}+\dfrac{10\cdot11}{2}=440$

(2) $1\cdot3+2\cdot5+3\cdot7+\cdots+20\cdot41$

$=\sum_{k=1}^{20}k(2k+1)=2\sum_{k=1}^{20}k^2+\sum_{k=1}^{20}k$

$=2\cdot\dfrac{20\cdot21\cdot41}{6}+\dfrac{20\cdot21}{2}=5950$

(3) $1\cdot20+2\cdot19+3\cdot18+\cdots+20\cdot1$

$=\sum_{k=1}^{20}k(21-k)=21\sum_{k=1}^{20}k-\sum_{k=1}^{20}k^2$

$=21\cdot\dfrac{20\cdot21}{2}-\dfrac{20\cdot21\cdot41}{6}=1540$

3 (1) $\{a_n\}$: 3, 6, 10, 15, 21, 28, ⋯

$\{b_n\}$: 3, 4, 5, 6, 7, ⋯

이므로 $b_n=n+2$

$\therefore\ a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k=3+\sum_{k=1}^{n-1}(k+2)$

$=3+\dfrac{(n-1)n}{2}+2(n-1)$

$=\dfrac{(n+1)(n+2)}{2}$

(2) $\{a_n\}$: 2, 3, 6, 15, 42, 123, $\cdots$

$\{b_n\}$: 1, 3, 9, 27, 81, $\cdots$

이므로

$b_n=3^{n-1}$

$\therefore a_n=a_1+\sum_{k=1}^{n-1}b_k$

$=2+\sum_{k=1}^{n-1}3^{k-1}$

$=2+\dfrac{3^{n-1}-1}{3-1}$

$=\dfrac{3^{n-1}+3}{2}$

4 (1) 원금이 x원이라고 하면

$x\times0.06\times3=720{,}000$

$\therefore x=4{,}000{,}000$(원)

(2) $2{,}000{,}000(1+0.06)^3=2{,}382{,}032$(원)

5 매월 100,000원, 월이율 0.5 %의 복리로 계산되는 적금에 가입하면

(1) 2달 후의 원리합계는

$100{,}000(1+0.005)^2+100{,}000(1+0.005)$

$=201{,}503$(원)

(2) 10달 후의 원리합계는

첫째항이 $100{,}000(1+0.005)$이고,

공비가 1.005이므로

$100{,}000(1+0.005)^{10}+100{,}000(1+0.005)^9$

$+\cdots+100{,}000(1+0.005)$

$=\dfrac{100{,}000(1+0.005)\{(1.005)^{10}-1\}}{1.005-1}$

$=1{,}027{,}917$(원)

(3) n번 불입했을 때 그 원리합계는

$\dfrac{100{,}000(1+0.005)\{(1.005)^n-1\}}{1.005-1}$이므로

$\dfrac{100{,}000(1.005)\{(1.005)^n-1\}}{0.005}>10{,}000{,}000$

$(1.005)^n-1>\dfrac{100\times0.005}{1.005}$

$(1.005)^n-1>0.4975$

$(1.005)^n>1.4975$

$n>\dfrac{\log1.4975}{\log1.005}$

$\therefore n>80.\times\times\times$

따라서 10,000,000원이 넘는 것은 81번 불입한 후이다.

Ⅳ. 확률과 통계

단원을 시작하기 전에 P. 100

1 (1) $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 8\}$

(2) $A\cap B=\{2, 4, 6\}$

(3) $A-B=\{1, 3, 5\}$

2 $A^C=\{3, 5, 6, 7, 9, 10\}$

3 (1) 56 (2) 28

4 (1) $\dfrac{1}{2}$ (2) $\dfrac{1}{3}$

5 평균: 85점, 표준편차: $\sqrt{10}$

1. 확률과 그 활용

1. 확률의 뜻과 기본 성질

01. 시행의 뜻

탐구하기 / P. 103

(2), (3)

스스로 하기 / P. 103

1 $S=\{HH, HT, TH, TT\}$, $A=\{HT, TH\}$

02. 수학적 확률

탐구하기 / P. 104

1 1, 2, 3, 4, 5, 6

2 2, 4, 6

3 $\dfrac{1}{2}$

스스로 하기 / P. 105

1 (1) $\dfrac{1}{3}$ (2) $\dfrac{2}{9}$

2 $\dfrac{21}{40}$

03. 통계적 확률

스스로 하기 / P. 107

1 (1) 0.88 (2) 0.69

2 0.03

04. 확률의 기본 성질

탐구하기 / P. 108

1 0

2 $\frac{2}{3}$

3 1

스스로 하기 / P. 108

1 (1) 1 (2) 0

05. 확률의 활용

스스로 하기 / P. 110, 111

1 $\frac{9}{10}$

2 $\frac{1}{5}$

3 $\frac{17}{24}$

중단원 확인하기 P. 112

1 전체 10곡 중 3곡을 택하는 경우의 수는
${}_{10}C_3=120$(가지)
(1) 3곡 중 1곡이 동요일 경우의 수는
${}_4C_1\times{}_6C_2=60$(가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{60}{120}=\frac{1}{2}$
(2) 3곡이 모두 동요일 경우의 수는
${}_4C_3=4$(가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{4}{120}=\frac{1}{30}$

2 $\frac{625}{50000}=\frac{1}{80}$

3 한 개의 주사위를 두 번 던질 때, 모든 경우의 수는
$6\times6=36$(가지)
(1) 두 눈이 모두 같은 경우의 수는
$(1, 1), (2, 2), \cdots, (6, 6)$의 6가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$
(2) (i) 두 눈의 합이 4인 경우의 수는
$(1, 3), (2, 2), (3, 1)$의 3가지
(ii) 두 눈의 합이 8인 경우의 수는
$(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)$
의 5가지
(iii) 두 눈의 합이 12인 경우의 수는
$(6, 6)$의 1가지
이상에서 두 눈의 합이 4의 배수인 경우의 수는
$3+5+1=9$(가지)
따라서 구하는 확률은 $\frac{9}{36}=\frac{1}{4}$
(3) 두 눈의 차가 3인 경우의 수는
$(1, 4), (2, 5), (3, 6), (4, 1), (5, 2), (6, 3)$
의 6가지
따라서 구하는 확률은 $\frac{6}{36}=\frac{1}{6}$
(4) 두 눈의 합이 3 이상인 사건을 A라고 하면 A^C은 두 눈의 합이 3 미만, 즉 두 눈의 합이 2인 사건이다.
따라서 경우의 수는 $(1, 1)$의 1가지이므로
$P(A^C)=\frac{1}{36}$
따라서 구하는 확률은
$P(A)=1-P(A^C)=1-\frac{1}{36}=\frac{35}{36}$

4 (1) $\frac{{}_3C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{1}{15}$
(2) 뽑힌 두 명 중 적어도 1명이 A형일 사건을 B라고 하면 B^C은 뽑힌 두 명 모두 A형이 아닌 사건이므로
$P(B^C)=\frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2}=\frac{7}{15}$
따라서 구하는 확률은
$P(B)=1-\frac{{}_7C_2}{{}_{10}C_2}=1-\frac{7}{15}=\frac{8}{15}$

5 스위치 A, B, C가 켜질 확률은 각각 0.8, 0.7, 0.6이다.
따라서 구하는 확률은
$(0.8+0.7-0.8\times0.7)\times0.6=0.564$

2. 통계와 그 활용

1. 확률변수와 확률분포

01. 확률변수의 뜻

탐구하기 / P. 115

THH, HTH, HHT, HHH

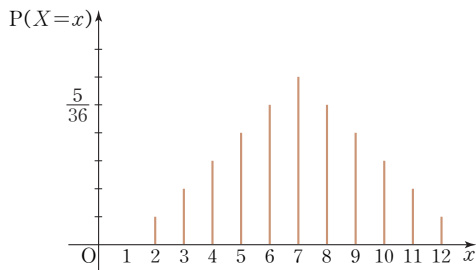
스스로 하기 / P. 115

1 0, 1, 2, 3, 4

02. 확률분포

스스로 하기 / P. 117

1 (1)

X	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{6}{36}$	$\frac{5}{36}$	$\frac{4}{36}$	$\frac{3}{36}$	$\frac{2}{36}$	$\frac{1}{36}$	1

(2) $\frac{5}{12}$ (3) $\frac{35}{36}$

03. 평균, 분산 및 표준편차

탐구하기 / P. 118

게임 1: 손해가 가장 적다.
게임 2: 이익이 가장 많다.
게임 3: 평균 이익이 가장 많다.

스스로 하기 / P. 120

1 평균: 0, 분산: 1.1, 표준편차: $\sqrt{1.1}$

2 평균: $\frac{3}{2}$, 분산: $\frac{3}{4}$, 표준편차: $\frac{\sqrt{3}}{2}$

2. 이항분포

01. 이항분포의 뜻

탐구하기 / P. 124

1의 눈이 나오는 횟수			
0번	1번	2번	3번
×××	××○	×○○	○○○
	×○×	○×○	
	○××	○○×	

스스로 하기 / P. 125, 126

1 (1) $\mathrm{P}(X=x)={}_4\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{2}\right)^x\left(\frac{1}{2}\right)^{4-x}$
(단, $x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4$)

X	0	1	2	3	4	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{16}$	1

(2) $\mathrm{P}(X=x)={}_5\mathrm{C}_x\left(\frac{1}{5}\right)^x\left(\frac{4}{5}\right)^{5-x}$
(단, $x=0,\ 1,\ 2,\ 3,\ 4,\ 5$)

X	0	1	2	3	4	5	합계
$\mathrm{P}(X=x)$	$\frac{1024}{3125}$	$\frac{256}{625}$	$\frac{128}{625}$	$\frac{32}{625}$	$\frac{4}{625}$	$\frac{1}{3125}$	1

2 (1) 0.1859 (2) 0.1916

3 (1) 0.041859149 (2) 0.896212761

02. 이항분포의 평균과 표준편차

스스로 하기 / P. 127

1 (1) 평균: 32, 분산: 16, 표준편차: 4
(2) 평균: 80, 분산: 64, 표준편차: 8

2 평균: 18, 표준편차: 3

03. 이항분포의 활용

스스로 하기 / P. 128

1 0.01142

3. 정규분포

02. 표준정규분포

스스로 하기 / P. 131, 134

1 (1) 0.9772 (2) 0.9902
(3) 0.1587 (4) 0.9750

2 (1) 0.5 (2) 0.1525
(3) 0.6247 (4) 0.6915

3 (1) 약 63 % (2) 약 3명

4. 통계 조사와 그 활용

01. 표본조사

탐구하기 / P. 136

(2) 각 학년에서 골고루 뽑는 것이 (1) 특정 학년에서만 뽑는 것보다 합리적이다. 그 이유는 골고루 뽑는 것이 전체 의견을 더 잘 수렴할 수 있기 때문이다.

스스로 하기 / P. 136, 137

1 ① 시간이 절약된다. ② 비용이 절약된다.
③ 전수조사가 불가능한 경우에도 조사를 할 수 있다.

2 9가지

3 (1) 6가지 (2) 3가지

02. 표본평균의 뜻과 그 분포

스스로 하기 / P. 140, 141

1 평균: 5, 표준편차: $\frac{3}{2}$

2 정규분포 $\mathrm{N}\left(6, \frac{9}{100}\right)$에 가까워진다.

3 (1) 0.1587 (2) 0.0228 (3) 0.0013

03. 모평균의 추정

스스로 하기 / P. 143

1 (1) $58.824 \le m \le 61.176$
(2) $58.452 \le m \le 61.548$

2 (1) $29.9316 \le m \le 31.0684$
(2) $29.7518 \le m \le 31.2482$

04. 표본비율의 분포

스스로 하기 / P. 146

1 0.1056 **2** 0.6687 **3** 0.98

05. 모비율의 추정

스스로 하기 / P. 148

1 $0.23616 \le p \le 0.48384$

2 $0.048 \le p \le 0.072$

모둠 학습 P. 150

모둠 과제1
❶ 전국 19세 이상 성인 남녀 1000명
❷ 1000
❸ 95 % ❹ ±3.1 %

모둠 과제 2 0.675, 0.675

모둠 과제 3 $0.603 \le p \le 0.665$

논술/수행평가 과제

1 크기 n인 표본을 여러 번 추출하여 신뢰구간을 만들 때, 모평균 m을 포함하는 것이 약 95 %이다.

중단원 확인하기 P. 151

1
$$\begin{aligned}\mathrm{E}(X) &= -250\times\frac{1}{6}+(-150)\times\frac{1}{6} \\ &\quad +(-50)\times\frac{1}{6}+50\times\frac{1}{6}+150\times\frac{1}{6} \\ &\quad +250\times\frac{1}{6} \\ &= 0\end{aligned}$$

$$\mathrm{E}(X^2)=(-250)^2\times\frac{1}{6}+(-150)^2\times\frac{1}{6}$$
$$+(-50)^2\times\frac{1}{6}+50^2\times\frac{1}{6}$$
$$+150^2\times\frac{1}{6}+250^2\times\frac{1}{6}=\frac{87500}{3}$$
$$\therefore \mathrm{V}(X)=\frac{87500}{3}-0^2=\frac{87500}{3}$$
$$\therefore \sigma(X)=\sqrt{\frac{87500}{3}}=\frac{50\sqrt{105}}{3}$$
따라서 X의 평균은 0, 표준편차는 $\frac{50\sqrt{105}}{3}$이다.

2 슛을 시도한 10회 중에서 성공하는 횟수를 확률변수 X라고 하면 X의 확률분포는 이항분포 $\mathrm{B}\left(10,\ \frac{3}{5}\right)$을 따른다.
$\therefore$ (평균)$=\mathrm{E}(X)=10\times0.6=6$
(표준편차)$=\sigma(X)=\sqrt{10\times0.6\times0.4}=\sqrt{2.4}$

3 이 과수원에서 생산된 포도 한 송이의 무게를 확률변수 X라고 하면 X는 정규분포 $\mathrm{N}(168.5,\ 5.5^2)$을 따른다.
포도 한 송이의 무게가 174 g 이상일 확률은
$$\mathrm{P}(X\geq174)=\mathrm{P}\left(Z\geq\frac{174-168.5}{5.5}\right)=\mathrm{P}(Z\geq1)$$
$$=0.5-0.3413=0.1587$$
이때, $50\times0.1587=7.935$
따라서 포도 50송이 중 무게가 174 g 이상인 것은 약 8송이이다.

4 $n=100,\ \bar{x}=96,\ \sigma=10$이므로 신뢰도 95 %로 구간추정하면 신뢰구간은
$$96-1.96\frac{10}{\sqrt{100}}\leq m\leq96+1.96\frac{10}{\sqrt{100}}$$
$\therefore 94.04\leq m\leq97.96$

5 표본비율 $\hat{p}=\frac{375}{625}=0.6$이고, $n=625$는 충분히 크므로 표본비율 $\hat{p}$의 분포는 근사적으로 정규분포를 따른다.
따라서 모비율 p에 대한 신뢰도 95 %의 양 끝값은
$$0.6-1.96\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{625}}\fallingdotseq0.562$$
$$0.6+1.96\sqrt{\frac{0.6\times0.4}{625}}\fallingdotseq0.638$$
따라서 전체 국민의 56.2 %~63.8 %가 이 신제품을 좋아할 것으로 추정된다.

Ⅴ. 도형과 그래프

단원을 시작하기 전에 P. 154

1

도형	꼭짓점의 개수	변의 개수
(1)	3	3
(2)	4	4
(3)	5	5

2 (1) 정팔면체 (2) 정십이면체
(3) 정이십면체

3

정다면체	정사면체	정육면체	정팔면체	정십이면체	정이십면체
면의 모양	정삼각형	정사각형	정삼각형	정오각형	정삼각형
면의 개수	4	6	8	12	20
모서리의 개수	6	12	12	30	30
꼭짓점의 개수	4	8	6	20	12

4

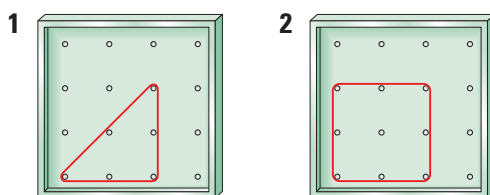
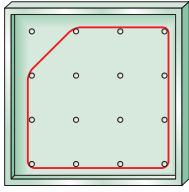
다면체	꼭짓점의 개수	모서리의 개수	면의 개수
(1)	6	9	5
(2)	5	8	5
(3)	10	15	7

1. 도형과 그래프

1. 연결 상태가 같은 도형

01. 연결 상태가 같은 평면도형

탐구하기 / P. 157

1
2

3

스스로 하기 / P. 158

1 (1)과 (4), (2)와 (3)

2 (1), (2)

02. 연결 상태가 같은 입체도형

탐구하기 / P. 159

1 만들 수 있다.

2 만들 수 없다.

스스로 하기 / P. 160

1 (1)과 (3), (2)와 (4)

2. 그래프

01. 그래프의 뜻

탐구하기 / P. 162

1

2 점 C

스스로 하기 / P. 163, 164

1 (1)

(2)

(3)

2 (1), (2), (4)

3

02. 한붓그리기

탐구하기 / P. 165

1

2

3 존재하지 않는다.

스스로 하기 / P. 166

1 (2), (3)

03. 평면그래프와 정다면체

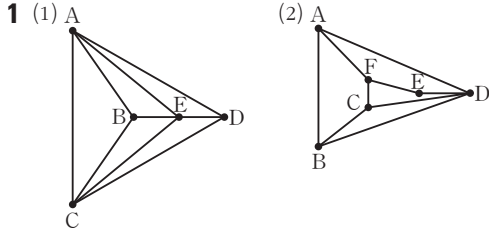
탐구하기 / P. 168

1

2 꼭짓점의 개수: 4개
변의 개수: 6개

스스로 하기 / P. 169

1 (1)

(2)

04. 연결된 평면그래프에서의 꼭짓점, 변, 면의 개수

스스로 하기 / P. 171

1

그래프	v	e	f	$v-e+f$
(1)	4	3	1	2
(2)	5	4	1	2
(3)	8	7	1	2

(1), (2), (3) 모두 $v-e+f=2$가 성립한다.

2

그래프	v	e	f	$v-e+f$
(1)	6	8	4	2
(2)	6	9	5	2
(3)	8	12	6	2

(1), (2), (3) 모두 $v-e+f=2$가 성립한다.

05. 입체도형에서의 꼭짓점, 모서리, 면의 개수

탐구하기 / P. 172

다면체	꼭짓점의 개수(v)	모서리의 개수(e)	면의 개수 (f)	$v-e+f$
삼각기둥	6	9	5	2
사각뿔대	8	12	6	2

스스로 하기 / P. 172

1 $e=90$

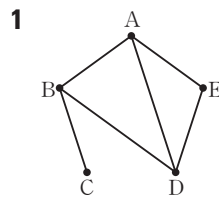
3. 그래프와 최적화

01. 그래프를 이용한 의사 결정 최적화

스스로 하기 / P. 174, 176, 177, 178

1 15일
2 86만 원
3 3
4 17 km

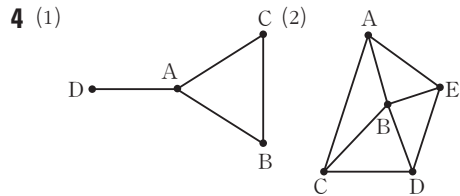
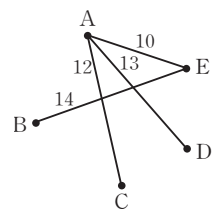
중단원 확인하기 P. 179

1

2 (1) 홀수점이 2개이므로 한붓그리기가 가능하다.
(2) 모든 점이 짝수점이므로 한붓그리기가 가능하다.
(3) 홀수점이 4개이므로 한붓그리기가 가능하지 않다.
따라서 한붓그리기가 가능한 그래프는 (1), (2)이다.

3

그래프	v	e	f	$v-e+f$
(1)	8	8	2	2
(2)	8	10	4	2
(3)	10	12	4	2

4 (1)

(2)

5 그래프에서 거리가 긴 변부터 차례로 제거하여 단일폐곡선이 없는 연결된 그래프를 만든다. 즉, 변 CD, 변 AB, 변 BD, 변 DE, 변 BC, 변 CE를 차례로 제거한다.
따라서 설치되는 전선의 최소 길이는
$10+12+13+14=49$ (km)

상용로그표 (1)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1.0	.0000	.0043	.0086	.0128	.0170	.0212	.0253	.0294	.0334	.0374
1.1	.0414	.0453	.0492	.0531	.0569	.0607	.0645	.0682	.0719	.0755
1.2	.0792	.0828	.0864	.0899	.0934	.0969	.1004	.1038	.1072	.1106
1.3	.1139	.1173	.1206	.1239	.1271	.1303	.1335	.1367	.1399	.1430
1.4	.1461	.1492	.1523	.1553	.1584	.1614	.1644	.1673	.1703	.1732
1.5	.1761	.1790	.1818	.1847	.1875	.1903	.1931	.1959	.1987	.2014
1.6	.2041	.2068	.2095	.2122	.2148	.2175	.2201	.2227	.2253	.2279
1.7	.2304	.2330	.2355	.2380	.2405	.2430	.2455	.2480	.2504	.2529
1.8	.2553	.2577	.2601	.2625	.2648	.2672	.2695	.2718	.2742	.2765
1.9	.2788	.2810	.2833	.2856	.2878	.2900	.2923	.2945	.2967	.2989
2.0	.3010	.3032	.3054	.3075	.3096	.3118	.3139	.3160	.3181	.3201
2.1	.3222	.3243	.3263	.3284	.3304	.3324	.3345	.3365	.3385	.3404
2.2	.3424	.3444	.3464	.3483	.3502	.3522	.3541	.3560	.3579	.3598
2.3	.3617	.3636	.3655	.3674	.3692	.3711	.3729	.3747	.3766	.3784
2.4	.3802	.3820	.3838	.3856	.3874	.3892	.3909	.3927	.3945	.3962
2.5	.3979	.3997	.4014	.4031	.4048	.4065	.4082	.4099	.4116	.4133
2.6	.4150	.4166	.4183	.4200	.4216	.4232	.4249	.4265	.4281	.4298
2.7	.4314	.4330	.4346	.4362	.4378	.4393	.4409	.4425	.4440	.4456
2.8	.4472	.4487	.4502	.4518	.4533	.4548	.4564	.4579	.4594	.4609
2.9	.4624	.4639	.4654	.4669	.4683	.4698	.4713	.4728	.4742	.4757
3.0	.4771	.4786	.4800	.4814	.4829	.4843	.4857	.4871	.4886	.4900
3.1	.4914	.4928	.4942	.4955	.4969	.4983	.4997	.5011	.5024	.5038
3.2	.5051	.5065	.5079	.5092	.5105	.5119	.5132	.5145	.5159	.5172
3.3	.5185	.5198	.5211	.5224	.5237	.5250	.5263	.5276	.5289	.5302
3.4	.5315	.5328	.5340	.5353	.5366	.5378	.5391	.5403	.5416	.5428
3.5	.5441	.5453	.5465	.5478	.5490	.5502	.5514	.5527	.5539	.5551
3.6	.5563	.5575	.5587	.5599	.5611	.5623	.5635	.5647	.5658	.5670
3.7	.5682	.5694	.5705	.5717	.5729	.5740	.5752	.5763	.5775	.5786
3.8	.5798	.5809	.5821	.5832	.5843	.5855	.5866	.5877	.5888	.5899
3.9	.5911	.5922	.5933	.5944	.5955	.5966	.5977	.5988	.5999	.6010
4.0	.6021	.6031	.6042	.6053	.6064	.6075	.6085	.6096	.6107	.6117
4.1	.6128	.6138	.6149	.6160	.6170	.6180	.6191	.6201	.6212	.6222
4.2	.6232	.6243	.6253	.6263	.6274	.6284	.6294	.6304	.6314	.6325
4.3	.6335	.6345	.6355	.6365	.6375	.6385	.6395	.6405	.6415	.6425
4.4	.6435	.6444	.6454	.6464	.6474	.6484	.6493	.6503	.6513	.6522
4.5	.6532	.6542	.6551	.6561	.6571	.6580	.6590	.6599	.6609	.6618
4.6	.6628	.6637	.6646	.6656	.6665	.6675	.6684	.6693	.6702	.6712
4.7	.6721	.6730	.6739	.6749	.6758	.6767	.6776	.6785	.6794	.6803
4.8	.6812	.6821	.6830	.6839	.6848	.6857	.6866	.6875	.6884	.6893
4.9	.6902	.6911	.6920	.6928	.6937	.6946	.6955	.6964	.6972	.6981
5.0	.6990	.6998	.7007	.7016	.7024	.7033	.7042	.7050	.7059	.7067
5.1	.7076	.7084	.7093	.7101	.7110	.7118	.7126	.7135	.7143	.7152
5.2	.7160	.7168	.7177	.7185	.7193	.7202	.7210	.7218	.7226	.7235
5.3	.7243	.7251	.7259	.7267	.7275	.7284	.7292	.7300	.7308	.7316
5.4	.7324	.7332	.7340	.7348	.7356	.7364	.7372	.7380	.7388	.7396

상용로그표 (2)

수	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
5.5	.7404	.7412	.7419	.7427	.7435	.7443	.7451	.7459	.7466	.7474
5.6	.7482	.7490	.7497	.7505	.7513	.7520	.7528	.7536	.7543	.7551
5.7	.7559	.7566	.7574	.7582	.7589	.7597	.7604	.7612	.7619	.7627
5.8	.7634	.7642	.7649	.7657	.7664	.7672	.7679	.7686	.7694	.7701
5.9	.7709	.7716	.7723	.7731	.7738	.7745	.7752	.7760	.7767	.7774
6.0	.7782	.7789	.7796	.7803	.7810	.7818	.7825	.7832	.7839	.7846
6.1	.7853	.7860	.7868	.7875	.7882	.7889	.7896	.7903	.7910	.7917
6.2	.7924	.7931	.7938	.7945	.7952	.7959	.7966	.7973	.7980	.7987
6.3	.7993	.8000	.8007	.8014	.8021	.8028	.8035	.8041	.8048	.8055
6.4	.8062	.8069	.8075	.8082	.8089	.8096	.8102	.8109	.8116	.8122
6.5	.8129	.8136	.8142	.8149	.8156	.8162	.8169	.8176	.8182	.8189
6.6	.8195	.8202	.8209	.8215	.8222	.8228	.8235	.8241	.8248	.8254
6.7	.8261	.8267	.8274	.8280	.8287	.8293	.8299	.8306	.8312	.8319
6.8	.8325	.8331	.8338	.8344	.8351	.8357	.8363	.8370	.8376	.8382
6.9	.8388	.8395	.8401	.8407	.8414	.8420	.8426	.8432	.8439	.8445
7.0	.8451	.8457	.8463	.8470	.8476	.8482	.8488	.8494	.8500	.8506
7.1	.8513	.8519	.8525	.8531	.8537	.8543	.8549	.8555	.8561	.8567
7.2	.8573	.8579	.8585	.8591	.8597	.8603	.8609	.8615	.8621	.8627
7.3	.8633	.8639	.8645	.8651	.8657	.8663	.8669	.8675	.8681	.8686
7.4	.8692	.8698	.8704	.8710	.8716	.8722	.8727	.8733	.8739	.8745
7.5	.8751	.8756	.8762	.8768	.8774	.8779	.8785	.8791	.8797	.8802
7.6	.8808	.8814	.8820	.8825	.8831	.8837	.8842	.8848	.8854	.8859
7.7	.8865	.8871	.8876	.8882	.8887	.8893	.8899	.8904	.8910	.8915
7.8	.8921	.8927	.8932	.8938	.8943	.8949	.8954	.8960	.8965	.8971
7.9	.8976	.8982	.8987	.8993	.8998	.9004	.9009	.9015	.9020	.9025
8.0	.9031	.9036	.9042	.9047	.9053	.9058	.9063	.9069	.9074	.9079
8.1	.9085	.9090	.9096	.9101	.9106	.9112	.9117	.9122	.9128	.9133
8.2	.9138	.9143	.9149	.9154	.9159	.9165	.9170	.9175	.9180	.9186
8.3	.9191	.9196	.9201	.9206	.9212	.9217	.9222	.9227	.9232	.9238
8.4	.9243	.9248	.9253	.9258	.9263	.9269	.9274	.9279	.9284	.9289
8.5	.9294	.9299	.9304	.9309	.9315	.9320	.9325	.9330	.9335	.9340
8.6	.9345	.9350	.9355	.9360	.9365	.9370	.9375	.9380	.9385	.9390
8.7	.9395	.9400	.9405	.9410	.9415	.9420	.9425	.9430	.9435	.9440
8.8	.9445	.9450	.9455	.9460	.9465	.9469	.9474	.9479	.9484	.9489
8.9	.9494	.9499	.9504	.9509	.9513	.9518	.9523	.9528	.9533	.9538
9.0	.9542	.9547	.9552	.9557	.9562	.9566	.9571	.9576	.9581	.9586
9.1	.9590	.9595	.9600	.9605	.9609	.9614	.9619	.9624	.9628	.9633
9.2	.9638	.9643	.9647	.9652	.9657	.9661	.9666	.9671	.9675	.9680
9.3	.9685	.9689	.9694	.9699	.9703	.9708	.9713	.9717	.9722	.9727
9.4	.9731	.9736	.9741	.9745	.9750	.9754	.9759	.9763	.9768	.9773
9.5	.9777	.9782	.9786	.9791	.9795	.9800	.9805	.9809	.9814	.9818
9.6	.9823	.9827	.9832	.9836	.9841	.9845	.9850	.9854	.9859	.9863
9.7	.9868	.9872	.9877	.9881	.9886	.9890	.9894	.9899	.9903	.9908
9.8	.9912	.9917	.9921	.9926	.9930	.9934	.9939	.9943	.9948	.9952
9.9	.9956	.9961	.9965	.9969	.9974	.9978	.9983	.9987	.9991	.9996

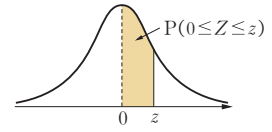
이항분포표

$P(X=x)={}_nC_xp^xq^{n-x}$ (단, $q=1-p$)

n	x	p										
		.05	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	.95
2	0	.9025	.8100	.6400	.4900	.3600	.2500	.1600	.0900	.0400	.0100	.0025
	1	.0950	.1800	.3200	.4200	.4800	.5000	.4800	.4200	.3200	.1800	.0950
	2	.0025	.0100	.0400	.0900	.1600	.2500	.3600	.4900	.6400	.8100	.9025
3	0	.8574	.7290	.5120	.3430	.2160	.1250	.0640	.0270	.0080	.0010	.0001
	1	.1354	.2430	.3840	.4410	.4320	.3750	.2880	.1890	.0960	.0270	.0071
	2	.0071	.0270	.0960	.1890	.2880	.3750	.4320	.4410	.3840	.2430	.1354
	3	.0001	.0010	.0080	.0270	.0640	.1250	.2160	3430	.5120	.7290	.8574
4	0	.8145	.6561	.4096	.2401	.1296	.0625	.0256	.0081	.0016	.0001	.0000
	1	.1715	.2916	.4096	.4116	.3456	.2500	.1536	.0756	.0256	.0036	.0005
	2	.0135	.0486	.1536	.2646	.3456	.3750	.3456	.2646	.1536	.0486	.0135
	3	.0005	.0036	.0256	.0756	.1536	.2500	.3456	.4116	.4096	.2916	.1715
	4	.0000	.0001	.0016	.0081	.0256	.0625	.1296	.2401	.4096	.6561	.8145
5	0	.7738	.5905	.3277	.1681	.0778	.0312	.0102	.0024	.0003	.0000	.0000
	1	.2036	.3280	.4096	.3602	.2592	.1562	.0768	.0284	.0064	.0005	.0000
	2	.0214	.0729	.2048	.3087	.3456	.3125	.2304	.1323	.0512	.0081	.0011
	3	.0011	.0081	.0512	.1323	.2304	.3125	.3456	.3087	.2048	.0729	.0214
	4	.0000	.0004	.0064	.0283	.0768	.1562	.2592	.3601	.4096	.3281	.2036
	5	.0000	.0000	.0003	.0024	.0102	.0312	.0778	.1681	.3277	.5905	.7738
6	0	.7351	.5314	.2621	.1176	.0467	.0156	.0041	.0007	.0001	.0000	.0000
	1	.2321	.3543	.3932	.3025	.1866	.0937	.0369	.0102	.0015	.0001	.0000
	2	.0305	.0984	.2458	.3241	.3110	.2344	.1382	.0595	.0154	.0012	.0001
	3	.0021	.0146	.0819	.1852	.2765	.3125	.2765	.1852	.0819	.0146	.0021
	4	.0001	.0012	.0154	.0595	.1382	.2344	.3110	.3241	.2458	.0984	.0305
	5	.0000	.0001	.0015	.0102	.0369	.0937	.1866	.3025	.3932	.3543	.2321
	6	.0000	.0000	.0001	.0007	.0041	.0156	.0467	.1176	.2621	.5314	.7351
7	0	.6983	.4783	.2097	.0824	.0280	.0078	.0016	.0002	.0000	.0000	.0000
	1	.2573	.3720	.3670	.2471	.1306	.0547	.0172	.0036	.0004	.0000	.0000
	2	.0406	.1240	.2753	.3177	.2613	.1641	.0774	.0250	.0043	.0002	.0000
	3	.0036	.0230	.1147	.2269	.2903	.2734	.1935	.0972	.0287	.0026	.0002
	4	.0002	.0026	.0287	.0972	.1935	.2734	.2903	.2269	.1147	.0230	.0036
	5	.0000	.0002	.0043	.0250	.0774	.1641	.2613	.3177	.2753	.1240	.0406
	6	.0000	.0000	.0004	.0036	.0172	.0547	.1306	.2471	.3670	.3720	.2573
	7	.0000	.0000	.0000	.0002	.0016	.0078	.0280	.0824	.2097	.4783	.6983
8	0	.6634	.4305	.1678	.0576	.0168	.0039	.0007	.0001	.0000	.0000	.0000
	1	.2793	.3826	.3355	.1977	.0896	.0312	.0079	.0012	.0001	.0000	.0000
	2	.0515	.1488	.2936	.2965	.2090	.1094	.0413	.0100	.0011	.0000	.0000

n	x	.05	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	.95
	3	.0054	.0331	.1468	.2541	.2787	.2187	.1239	.0467	.0092	.0004	.0000
	4	.0004	.0046	.0459	.1361	.2322	.2734	.2322	.1361	.0459	.0046	.0004
	5	.0000	.0004	.0092	.0467	.1239	.2187	.2787	.2541	.1468	.0331	.0054
	6	.0000	.0000	.0011	.0100	.0413	.1094	.2090	.2965	.2936	.1488	.0515
	7	.0000	.0000	.0001	.0012	.0079	.0312	.0896	.1977	.3355	.3826	.2793
	8	.0000	.0000	.0000	.0001	.0007	.0039	.0168	.0576	.1678	.4305	.6634
9	0	.6302	.3874	.1342	.0404	.0101	.0020	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.2985	.3874	.3020	.1556	.0605	.0176	.0035	.0004	.0000	.0000	.0000
	2	.0629	.1722	.3020	.2668	.1612	.0703	.0212	.0039	.0003	.0000	.0000
	3	.0077	.0446	.1762	.2668	.2508	.1641	.0743	.0210	.0028	.0001	.0000
	4	.0006	.0074	.0661	.1715	.2508	.2461	.1672	.0735	.0165	.0008	.0000
	5	.0000	.0008	.0165	.0735	.1672	.2461	.2508	.1715	.0661	.0074	.0006
	6	.0000	.0001	.0028	.0210	.0743	.1641	.2508	.2668	.1762	.0446	.0077
	7	.0000	.0000	.0003	.0039	.0212	.0703	.1612	.2668	.3020	.1722	.0629
	8	.0000	.0000	.0000	.0004	.0035	.0176	.0605	.1556	.3020	.3874	.2985
	9	.0000	.0000	.0000	.0000	.0003	.0020	.0101	.0404	.1342	.3874	.6302
10	0	.5987	.3487	.1074	.0282	.0060	.0010	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.3151	.3874	.2684	.1211	.0403	.0098	.0016	.0001	.0000	.0000	.0000
	2	.0746	.1937	.3020	.2335	.1209	.0439	.0106	.0014	.0001	.0000	.0000
	3	.0105	.0574	.2013	.2668	.2150	.1172	.0425	.0090	.0008	.0000	.0000
	4	.0010	.0112	.0881	.2001	.2508	.2051	.1115	.0368	.0055	.0001	.0000
	5	.0001	.0015	.0264	.1029	.2007	.2461	.2007	.1029	.0264	.0015	.0001
	6	.0000	.0001	.0055	.0368	.1115	.2051	.2508	.2001	.0881	.0112	.0010
	7	.0000	.0000	.0008	.0090	.0425	.1172	.2150	.2668	.2013	.0574	.0105
	8	.0000	.0000	.0001	.0014	.0106	.0439	.1209	.2335	.3020	.1937	.0746
	9	.0000	.0000	.0000	.0001	.0016	.0098	.0403	.1211	.2684	.3874	.3151
	10	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0010	.0060	.0282	.1074	.3487	.5987
15	0	.4633	.2059	.0352	.0047	.0005	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.3658	.3432	.1319	.0305	.0047	.0005	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.1348	.2669	.2309	.0916	.0219	.0032	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0307	.1285	.2501	.1700	.0634	.0139	.0016	.0001	.0000	.0000	.0000
	4	.0049	.0428	.1876	.2186	.1268	.0417	.0074	.0006	.0000	.0000	.0000
	5	.0006	.0105	.1032	.2061	.1859	.0916	.0245	.0030	.0001	.0000	.0000
	6	.0000	.0019	.0430	.1472	.2066	.1527	.0612	.0116	.0007	.0000	.0000
	7	.0000	.0003	.0138	.0811	.1771	.1964	.1181	.0348	.0035	.0000	.0000
	8	.0000	.0000	.0035	.0348	.1181	.1964	.1771	.0811	.0138	.0003	.0000
	9	.0000	.0000	.0007	.0116	.0612	.1527	.2066	.1472	.0430	.0019	.0000
	10	.0000	.0000	.0001	.0030	.0245	.0916	.1859	.2061	.1032	.0105	.0006
	11	.0000	.0000	.0000	.0006	.0074	.0417	.1268	.2186	.1876	.0428	.0049
	12	.0000	.0000	.0000	.0001	.0016	.0139	.0634	.1700	.2501	.1285	.0307
	13	.0000	.0000	.0000	.0000	.0003	.0032	.0219	.0916	.2309	.2669	.1348
	14	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0005	.0047	.0305	.1319	.3432	.3658
	15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0005	.0047	.0352	.2059	.4633

		p										
n	x	.05	.10	.20	.30	.40	.50	.60	.70	.80	.90	.95
20	0	.3585	.1216	.0115	.0008	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.3774	.2702	.0576	.0068	.0005	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.1887	.2852	.1369	.0278	.0031	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0506	.1901	.2054	.0716	.0123	.0011	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0133	.0898	.2182	.1304	.0350	.0046	.0003	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.0022	.0319	.1746	.1789	.0746	.0148	.0013	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.0003	.0089	.1091	.1916	.1244	.0370	.0049	.0002	.0000	.0000	.0000
	7	.0000	.0020	.0545	.1643	.1659	.0739	.0146	.0010	.0000	.0000	.0000
	8	.0000	.0004	.0222	.1144	.1797	.1201	.0355	.0039	.0001	.0000	.0000
	9	.0000	.0001	.0074	.0654	.1597	.1602	.0710	.0120	.0005	.0000	.0000
	10	.0000	.0000	.0020	.0308	.1171	.1762	.1171	.0308	.0020	.0000	.0000
	11	.0000	.0000	.0005	.0120	.0710	.1602	.1597	.0654	.0074	.0001	.0000
	12	.0000	.0000	.0001	.0039	.0355	.1201	.1797	.1144	.0222	.0004	.0000
	13	.0000	.0000	.0000	.0010	.0146	.0739	.1659	.1643	.0545	.0020	.0000
	14	.0000	.0000	.0000	.0002	.0049	.0370	.1244	.1916	.1091	.0089	.0003
	15	.0000	.0000	.0000	.0000	.0013	.0148	.0746	.1789	.1746	.0319	.0022
	16	.0000	.0000	.0000	.0000	.0003	.0046	.0350	.1304	.2182	.0898	.0133
	17	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0011	.0123	.0716	.2054	.1901	.0596
	18	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0031	.0278	.1369	.2852	.1887
	19	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0005	.0068	.0576	.2702	.3774
	20	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0008	.0115	.1216	.3585
25	0	.2774	.0718	.0038	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	1	.3650	.1994	.0236	.0014	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	2	.2305	.2659	.0708	.0074	.0004	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	3	.0930	.2265	.1358	.0243	.0019	.0001	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	4	.0269	.1384	.1867	.0572	.0071	.0004	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	5	.0060	.0646	.1960	.1030	.0199	.0016	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000
	6	.0010	.0239	.1633	.1472	.0442	.0053	.0002	.0000	.0000	.0000	.0000
	7	.0001	.0072	.1108	.1712	.0800	.0143	.0009	.0000	.0000	.0000	.0000
	8	.0000	.0018	.0623	.1651	.1200	.0322	.0031	.0001	.0000	.0000	.0000
	9	.0000	.0004	.0294	.1336	.1511	.0609	.0088	.0004	.0000	.0000	.0000
	10	.0000	.0001	.0118	.0916	.1612	.0974	.0212	.0013	.0000	.0000	.0000
	11	.0000	.0000	.0040	.0536	.1465	.1328	.0434	.0042	.0001	.0000	.0000
	12	.0000	.0000	.0012	.0268	.1140	.1550	.0760	.0115	.0003	.0000	.0000
	13	.0000	.0000	.0003	.0115	.0760	.1550	.1140	.0268	.0012	.0000	.0000
	14	.0000	.0000	.0001	.0042	.0434	.1328	.1465	.0536	.0040	.0000	.0000
	15	.0000	.0000	.0000	.0013	.0212	.0974	.1612	.0916	.0118	.0001	.0000
	16	.0000	.0000	.0000	.0004	.0088	.0609	.1511	.1336	.0294	.0004	.0000
	17	.0000	.0000	.0000	.0001	.0031	.0322	.1200	.1651	.0623	.0018	.0000
	18	.0000	.0000	.0000	.0000	.0009	.0143	.0800	.1712	.1108	.0072	.0001
	19	.0000	.0000	.0000	.0000	.0002	.0053	.0442	.1472	.1633	.0239	.0010
	20	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0016	.0199	.1030	.1960	.0646	.0060
	21	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0004	.0071	.0572	.1867	.1384	.0269
	22	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0019	.0243	.1358	.2265	.0930
	23	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0004	.0074	.0708	.2659	.2305
	24	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0014	.0236	.1994	.3650
	25	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0000	.0001	.0038	.0718	.2774

표준정규분포표

z	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0.0	.0000	.0040	.0080	.0120	.0160	.0199	.0239	.0279	.0319	.0359
0.1	.0398	.0438	.0478	.0517	.0557	.0596	.0636	.0675	.0714	.0753
0.2	.0793	.0832	.0871	.0910	.0948	.0987	.1026	.1064	.1103	.1141
0.3	.1179	.1217	.1255	.1293	.1331	.1368	.1406	.1443	.1480	.1517
0.4	.1554	.1591	.1628	.1664	.1700	.1736	.1772	.1808	.1844	.1879
0.5	.1915	.1950	.1985	.2019	.2054	.2088	.2123	.2157	.2190	.2224
0.6	.2257	.2291	.2324	.2357	.2389	.2422	.2454	.2486	.2518	.2549
0.7	.2580	.2611	.2642	.2673	.2704	.2734	.2764	.2794	.2823	.2852
0.8	.2881	.2910	.2939	.2967	.2995	.3023	.3051	.3078	.3106	.3133
0.9	.3159	.3186	.3212	.3238	.3264	.3289	.3315	.3340	.3365	.3389
1.0	.3413	.3438	.3461	.3485	.3508	.3531	.3554	.3577	.3599	.3621
1.1	.3643	.3665	.3686	.3708	.3729	.3749	.3770	.3790	.3810	.3830
1.2	.3849	.3869	.3888	.3907	.3925	.3944	.3962	.3980	.3997	.4015
1.3	.4032	.4049	.4066	.4082	.4099	.4115	.4131	.4147	.4162	.4177
1.4	.4192	.4207	.4222	.4236	.4251	.4265	.4279	.4292	.4306	.4319
1.5	.4332	.4345	.4357	.4370	.4382	.4394	.4406	.4418	.4429	.4441
1.6	.4452	.4463	.4474	.4484	.4495	.4505	.4515	.4525	.4535	.4545
1.7	.4554	.4564	.4573	.4582	.4591	.4599	.4608	.4616	.4625	.4633
1.8	.4641	.4649	.4656	.4664	.4671	.4678	.4686	.4693	.4699	.4706
1.9	.4713	.4719	.4726	.4732	.4738	.4744	.4750	.4756	.4761	.4767
2.0	.4772	.4778	.4783	.4788	.4793	.4798	.4803	.4808	.4812	.4817
2.1	.4821	.4826	.4830	.4834	.4838	.4842	.4846	.4850	.4854	.4857
2.2	.4861	.4864	.4868	.4871	.4875	.4878	.4881	.4884	.4887	.4890
2.3	.4893	.4896	.4898	.4901	.4904	.4906	.4909	.4911	.4913	.4916
2.4	.4918	.4920	.4922	.4925	.4927	.4929	.4931	.4932	.4934	.4936
2.5	.4938	.4940	.4941	.4943	.4945	.4946	.4948	.4949	.4951	.4952
2.6	.4953	.4955	.4956	.4957	.4959	.4960	.4961	.4962	.4963	.4964
2.7	.4965	.4966	.4967	.4968	.4969	.4970	.4971	.4972	.4973	.4974
2.8	.4974	.4975	.4976	.4977	.4977	.4978	.4979	.4980	.4980	.4981
2.9	.4981	.4982	.4983	.4983	.4984	.4984	.4985	.4985	.4986	.4986
3.0	.4987	.4987	.4987	.4988	.4988	.4989	.4989	.4989	.4990	.4990
3.1	.4990	.4991	.4991	.4991	.4992	.4992	.4992	.4992	.4993	.4993
3.2	.4993	.4993	.4994	.4994	.4994	.4994	.4994	.4995	.4995	.4995
3.3	.4995	.4995	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4996	.4997

난수표

41 10 50 81 22 94 80 71 10 68 23 58 20 21 88 71 29 54 42 84
13 49 57 94 72 78 92 78 78 04 17 00 92 85 09 52 78 15 96 97
33 87 89 24 77 65 37 12 38 63 76 49 69 52 36 11 03 58 23 39
15 91 02 97 10 37 14 47 47 79 81 63 34 22 84 89 77 54 40 37
37 94 89 58 24 29 22 39 42 66 95 14 63 40 46 93 99 89 97 80

48 06 32 88 07 06 19 13 11 04 45 95 73 13 19 11 39 24 24 05
92 65 65 69 32 05 63 75 76 57 26 10 31 31 63 77 83 07 31 14
48 66 49 80 78 34 30 47 61 73 44 31 65 38 69 89 46 83 54 40
23 50 07 82 24 34 88 84 90 39 20 46 32 85 66 22 13 24 41 02
47 02 38 86 81 59 77 46 17 55 54 59 00 99 03 16 34 25 39 50

39 65 34 38 46 26 95 15 80 70 40 06 89 76 54 89 61 27 75 66
90 36 99 74 53 71 05 53 69 01 49 59 53 06 18 52 03 18 40 26
46 60 38 92 08 09 16 06 33 02 13 60 78 83 82 17 16 30 55 71
62 67 74 04 84 75 68 64 11 42 22 88 64 73 77 28 54 94 71 69
21 17 44 02 71 21 59 79 73 18 24 74 77 48 02 32 62 21 14 53

26 28 51 07 60 06 70 82 54 15 47 32 68 27 57 25 93 34 46 17
42 52 33 74 19 92 15 67 44 50 18 71 98 10 65 85 25 63 55 29
01 75 61 32 64 82 26 07 52 58 20 62 50 46 31 25 96 08 42 07
40 43 01 08 73 95 03 72 60 57 11 01 09 16 29 01 43 35 12 89
27 45 34 33 89 67 15 09 44 52 97 29 56 42 65 86 53 36 40 06

70 14 67 62 53 35 13 44 94 15 40 73 62 93 59 85 82 75 98 57
08 19 27 74 15 08 70 74 65 24 48 86 89 31 25 93 37 34 82 89
53 49 10 30 07 77 96 85 15 91 44 39 40 04 22 43 98 84 41 37
52 15 45 85 55 73 68 49 91 91 93 09 46 39 60 04 61 98 28 27
47 08 84 16 05 08 28 75 64 30 96 01 45 66 88 19 99 94 90 85

찾아보기

＊용어

＊기호

사진 자료 출처

http://www.imageclick.co.kr/

13쪽 기린	13쪽 천지	15쪽 독도	17쪽 개구리
23쪽 오륜기	34쪽 토끼	42쪽 소음	42쪽 산책
42쪽 회의	61쪽 지진 측정	70쪽 십자수	75쪽 뜀틀
77쪽 공연장	79쪽 세포 분열	97쪽 행성	110쪽 배
128쪽 비행기	141쪽 전구	148쪽 주차장	164쪽 사이클

http://www.topicphoto.com/

8쪽 회로판	42쪽 청소기	54쪽 상수도 정수장	57쪽 원자력 발전소
66쪽 해바라기	78쪽 인파	98쪽 날씨	112쪽 우포늪
134쪽 캔 음료	165쪽 미술 전시관	176쪽 케이블 설치	

http://www.timespace.co.kr/

25쪽 집적 회로	29쪽 튜링	60쪽 달리기	167쪽 강과 다리

http://www.goodimage.co.kr/

30쪽 분자	152쪽 도로망

http://pro.corbis.com/

29쪽 노르망디 상륙 작전

http://www.shutterstock.com/

29쪽 에니그마

인용 자료 출처

http://www.kosis.kr/ 국가 통계 포털, 107쪽, 145쪽
http://www.knef.or.kr/ 한국 원자력 문화 재단, 150쪽
“천재들의 수학 노트” 박부성, 향연, 2003, 29쪽
KSA3151 난수표, 139쪽

※출처를 밝히지 않은 사진 자료의 저작권은 본 출판사에 있다.

지 은 이 약 력

이강섭

서울대학교 사범대학 수학교육과 졸업
서울대학교 대학원 계산통계학과 졸업(이학 박사)
제6차, 제7차 고등학교 수학 교과서 집필(공저)
2006년 개정 교육과정 고등학교 수학 교과서 집필(공저)
단국대학교 기획실장, 사범대학 학장
(현) 단국대학교 사범대학 수학교육과 교수
한국수학교육학회 회장
(현) 한국수학교육학회 명예 회장

왕규채

서울대학교 사범대학 수학교육과 졸업
단국대학교 교육대학원 수학교육과 졸업(교육학 석사)
제7차 고등학교 수학 교과서 집필(공저)
2006년 개정 교육과정 고등학교 수학 교과서 집필(공저)
신월중, 영등포여고, 구일고, 구정고, 석관고, 성동고 교사
(현) 서울과학고등학교 교사

송교식

서울대학교 사범대학 수학교육과 졸업
서울대학교 사범대학원 수학교육과 졸업(교육학 석사)
제7차 고등학교 수학 교과서 집필(공저)
2006년 개정 교육과정 고등학교 수학 교과서 집필(공저)
선린중, 석관고, 청담고, 한성과학고, 용산고 교사
(현) 성동고등학교 교사

양인웅

성균관대학교 사범대학 수학교육과 졸업
성균관대학교 교육대학원 수학교육과 졸업(교육학 석사)
2006년 개정 교육과정 고등학교 수학 교과서 집필(공저)
경동고, 잠실고, 수락고 교사
(현) 경복고등학교 교사

표지 출처
김상구/Kim Sang-ku/No.893/46×61 cm/2004

단원별 집필
총괄 진행 이강섭
Ⅰ **명제와 논리** 양인웅
Ⅱ **지수와 로그** 양인웅
Ⅲ **수열** 송교식
Ⅳ **확률과 통계** 이강섭
Ⅴ **도형과 그래프** 왕규채

편집 김영호, 한채윤, 김선향, 우나영, 장자현
디자인 김태원, 박현신, 김의수
삽화 허한우, 송회석, 양승용, 토리 디자인
사진 이석원
컷 이미영, 김상준, 김윤아

교육과학기술부의 위탁을 받아 **한국교육과정평가원**이 검정 심사를 하였음.

고등학교 수학의 활용

2010. 3. 1. 초판 발행 2011. 3. 1. 2쇄 발행 정가 원

지은이 이강섭 외 3인
발행인 (주) 지학사 서울특별시 마포구 동교동 180-20
인쇄인

이 교과서의 본문 용지는 우수 재활용 제품 인증을 받은 재활용 종이를 사용했습니다.
교과서에 대한 문의 사항이나 의견이 있으신 분은 교육과학기술부〈교육과정 · 교과서정보서비스(http://cutis.mest.go.kr)〉를 이용하여 주시기 바랍니다.

내용관련문의 (주)지학사 수학부 전화 02-330-5440 전송 02-325-8009
발행업무대행 사단법인 한국검정교과서 서울특별시 강서구 등촌동 657-3 기도빌딩 4~5F
개별구입안내 홈페이지 주소 www.ktbook.com 02-3663-5409~12